

## **Las cantidades en la Yupana desde una perspectiva cultural andina: una experiencia en aulas de primer y segundo grado de primaria**

Herbert Jhon Apaza Luque

Universidad Autónoma de Madrid, Madrid, España, [jhon@hotmail.com](mailto:hjhon@hotmail.com)

Santiago Atrio Cerezo

Universidad Autónoma de Madrid, Madrid, España, [santiago.atrion@uam.es](mailto:santiago.atrion@uam.es)

*Fecha de recepción: 15-05-2016*

*Fecha de aceptación: 12-09-2016*

*Fecha de publicación: 1-11-2016*

### **RESUMEN**

En este estudio presentamos un análisis de la concepción de cantidad, histórica y culturalmente construida por las sociedades sudamericanas alto andinas. Nuestra finalidad es posibilitar su adaptación pedagógica a través de un recurso también culturalmente propio como es la Yupana. En este sentido, enlazamos las actividades que realizan las personas en un contexto sociocultural andino con las actividades escolares. Específicamente, la construcción de significados de cantidad y sus operaciones básicas en niños que inician la formación básica escolar. La metodología empleada es el estudio de casos. La recolección de datos consistió en las observaciones de actividades en el aula.

**Palabras clave:** Educación Matemática, educación intercultural, cantidad, Yupana, Educación Primaria.

### **The quantities in the Yupana from an Andean cultural perspective: An experience at classrooms of first and second grade of primary school**

#### **ABSTRACT**

In this study we present an analysis of the historical and cultural conception of quantity constructed by the South American high Andean societies. Our purpose is to make possible his pedagogic adaptation through an also resource culturally own how the Yupana is. In this sense, we laced the activities of the people in a sociocultural context Andean with the school activities. Specifically, the construction of significances of quantity and his basic operations in children that they initiate the school basic training. The used methodology is the case study. The collection of data consisted in the observations of activities at classroom.

**Key words:** Mathematics education, intercultural education, quantity, Yupana, Primary education.

## **1. Introducción**

En este artículo presentamos una experiencia de trabajo en el aula que forma parte del proyecto: "Educación Matemática Cultural Andino" (EMCA), coincidente con los estudios de campo del proyecto de tesis doctoral en curso en la Universidad Autónoma de Madrid. El proyecto propuesto desde la UGEL (Unidad de Gestión Educativa Local<sup>1</sup>) tiene entre sus objetivos: a) construir una metodología didáctica

<sup>1</sup> <http://www.ugelcanas.edu.pe/>

de la educación matemática intercultural andina, a través de conocimientos, procedimientos, valores culturales y uso de materiales ancestrales como la Yupana y otros; b) identificar las competencias matemáticas presentes en la cultura andina que desarrollan los estudiantes quechuas de educación primaria; c) describir los aspectos positivos de conceptos y procedimientos matemáticos culturales, coherentes con la cultura andina que generen justicia social y cambio educativo en niños quechuas; y d) mejorar los niveles de aprendizaje en matemáticas de los estudiantes de educación primaria del ámbito de la Unidad de Gestión Local de Canas.

En este trabajo presentamos un caso referido al primer objetivo, concretamente a las posibilidades pedagógicas del uso de la Yupana en la construcción del concepto de cantidad en las comunidades andinas del Perú. Particularmente, en esta experiencia han participado docentes y estudiantes de diez escuelas pertenecientes a la provincia andina de Canas en la región Cusco. Perseguimos un aprendizaje constructivo del concepto de cantidad mediante la participación activa de los integrantes de la comunidad educativa, incidiendo en el uso del material manipulativo Yupana. Para ello, hemos utilizado como herramientas de investigación educativa: una guía didáctica propia sobre el uso de la Yupana, observaciones directas tanto a profesorado como a alumnado así como entrevistas semiestructurada a docentes.

La experiencia verifica sobre el terreno que el uso del material que proponemos recoge las características propias del pensamiento matemático cultural andino. Dicho trabajo posibilita a los usuarios la visualización de estrategias locales en relación al concepto de cantidad. En los ámbitos escolares los conocimientos sobre las cantidades se concentran principalmente en las técnicas o algoritmos de las matemáticas occidentales, sin establecer relación con otras formas de pensamiento y menos aún con las matemáticas históricas y culturalmente diferentes (Aroaca, 2013; Bishop, 1999). Las matemáticas no son producto de una sola sociedad, cultura o época determinada, contrariamente son producto de varias sociedades a lo largo de la historia. Desde esta perspectiva cultural y social del conocimiento, orientamos nuestra investigación sobre algunos conceptos matemáticos, en este caso particular sobre la concepción de cantidad con el apoyo del material educativo Yupana.

### **1.1. La Yupana como material en el proceso educativo**

El término Yupana, procede del vocablo quechua *yupay*, que significa contar, al que se agregó la terminación nominal quechua *-na*. La Yupana, es un tablero de cuentas ancestral utilizado por los habitantes de la zona tawantinsuyu<sup>2</sup>. Su uso está debatido entre los investigadores, pero todos coinciden en interpretar que era el de realizar cuentas y operaciones aritméticas que posteriormente eran registradas en los *khipus*<sup>3</sup>.

Desde 1931 diversos investigadores han realizado interpretaciones sobre el mecanismo de uso de la Yupana después de que se publicaran las crónicas de Guaman Poma de Ayala en 1912 en las Actas del Congreso de Americanistas de Londres. Posteriormente se han realizado adaptaciones pedagógicas para la enseñanza de la matemática. En el año 1982, la educadora e investigadora peruana Martha Villavicencio adapta por primera vez el material Yupana para uso pedagógico en las escuelas experimentales de educación bilingüe en Puno. Considera para ello los trabajos de Radicati di Primeglio y William Burns. La adaptación del tablero consistió en modificar la posición vertical que contenía el trabajo de Guaman en horizontal, de manera que coincida con la organización de la escritura del sistema de numeración indo-arábigo, lectura de derecha a izquierda, donde los espacios distribuidos por hoyos en el tablero (uno, dos, tres, cinco) tienen el valor de uno, acogiéndose a la propuesta de William Burns.

---

<sup>2</sup> Nombre de cuatro regiones del antiguo estado incaico, estuvo conformado por: Chinchaysuyu, Qullasuyu, Antisuyu y Kuntisuyu.

<sup>3</sup> Instrumento de registro de cuerdas de colores anudadas, de origen sudamericano (Chirinos, 2010).

En el año 2008 el antropólogo Andrés Chirinos inicia su implementación con maestros bilingües en la amazonia peruana, en el marco del desarrollo del Proyecto de Educación Intercultural Bilingüe de las regiones Loreto y Amazonas (PEIBILA). Su propuesta presenta el tablero en posición vertical y asigna para cada hoyo del tablero valores de uno al once. Denominamos hoyos a los puntos representados en la ilustración de Gaman Poma, que son lugares donde se depositan las piedrecillas (Chirinos, 2010). El año 2012 José Ríos publica los resultados de su investigación en las provincias de Cusco. En ella propone un mecanismo de uso de la Yupana muy similar a la propuesta de Villavicencio (Ríos, 2013). Su principal diferencia radica en la posición del tablero, que recobra la orientación vertical. Además, asigna la representación de la cantidad de cinco al espacio de uno. A este mismo espacio Villavicencio asigna el valor de una decena. En consecuencia se tiene que al mismo espacio de uno, se han asignado valores de diez, once y cinco. Más adelante justificaremos nuestra propia interpretación del funcionamiento de la Yupana.

## **1.2. Educación Matemática y etnomatemática**

La Educación Matemática es un proceso social que surge como producto de las relaciones de las personas con su cultura matemática. Para tratar los conceptos matemáticos es necesario considerar los elementos socio-culturales y ambientales como factores fundamentales en el diseño metodológico (Bishop, 1999). En esta misma dirección, Ubiratan D'Ambrosio plantea un programa de etnomatemática como una "metodología para descubrir las pistas y analizar los procesos de origen, transmisión, difusión e institucionalización de conocimientos matemáticos" en varios sistemas culturales (citado por Gerdes, 1996). En todas las culturas se han desarrollado actividades como: contar, localizar, medir, diseñar, jugar, explicar, clasificar, ordenar e inferir, coincidentes con las aportaciones de Bishop (1999), D'Ambrosio (2001) y Gerdes (1996). Su enseñanza se ha convertido en algo importante en todos los países del mundo. Sin embargo, no se ha acompañado de forma pertinente con el progreso del currículo, ni se ha incorporado en los enfoques didácticos (Bishop, 2000). En consecuencia, las autoridades educativas peruanas creen que es necesario plantearse una educación matemática intercultural que valore los constructos socio-culturales de las personas y comunidades. A este planteamiento añadimos la finalidad última de generar sociedades más justas.

Es preciso destacar que las intenciones pedagógicas del profesor de cualquier etapa de la educación obligatoria deberían estar direccionadas por un ambiente generador de justicia social. Principios rectores que son el motor para el cambio de la educación pertinente al contexto sociocultural. En esta misma dirección los investigadores Murillo y Hernández-Castilla (2011, 2014), postulan las características de las escuelas para la justicia social a partir de las dimensiones de redistribución, reconocimiento y representación, que favorezcan el proceso de enseñanza y aprendizaje para potenciar comunidades de aprendizaje justas. Asumimos también el aprendizaje dialógico de Freire como metodología para los procesos pedagógicos de la educación matemática cultural, donde los estudiantes son parte de la solución de las injusticias (Ferreira, 1992; Frankestein, 1983, 2014; Gutstein, 2003).

## **1.3. Cantidad como constructo social y cultural**

Rico y Maz (2004) presentan una lista de concepciones occidentales de cantidad que aparecen en los textos jesuíticos. Estas ideas se implantaron también en América.

- "Todo lo que se puede medir y contar es cantidad inteligible" (Ulloa, 1706, p. 4). En esta definición la cantidad está referida a número y magnitud.
- "El objeto de la matemática, aquello por lo cual una cosa se dice mayor, menor, o igual a otra; y la razón es, porque todo su empleo consiste en averiguar, y demostrar las propiedades, y atributos de dicha cantidad" (Tosca, 1727, tomo I, p. 2), y "la del álgebra que es un arte que enseña a hallar cualquier cantidad, resolviendo la cuestión propuesta, por los mismo términos, con que se computó" (Tosca, 1727, tomo II, p. 72). La concepción en el tomo I configura una idea positivista,

es decir gobierna un orden según sus propiedades y atributos particulares, mientras que en el tomo II la noción de cantidad es abstracta.

- “Toda magnitud se puede comparar con otra de la misma especie, esto es, línea con línea, cuerpo con cuerpo, espacio con espacio, y por consiguiente es igual, mayor, o menor, y sólo por este cotejo con otra, como medida, podemos llegar a conocer su cantidad, o cuán grande sea” (Cerde, 1758, pp. 1-2). La cantidad, por tanto, es considerada lo mismo que medida, así mismo le atribuye un significado comparativo y relacional.

Las concepciones de cantidad occidental, que los jesuitas trajeron a América en el siglo XVI y XVII distan mucho de las concepciones culturales y cosmológicas de los pueblos andinos. La concepción de cantidad, que nosotros sugerimos, está relacionada con las actividades de producción y cuidado de la naturaleza.

Para la concepción de los conocimientos en general, en este caso concreto de cantidad, debemos alejarnos de las ideas impersonales, instrumentales y mecanicistas. En su lugar, ponemos en consideración la concepción humanista de la enculturación. La concepción de cantidad también se construye mediante un proceso interpersonal, por tanto es un constructo interactivo entre personas (Bishop, 1999). En este sentido la concepción de cantidad tiene que ver con estructurar las ideas a partir de las actividades culturales, que incluyen símbolos y argumentos de procesos más amplios de contar, relacionados con el lenguaje y su cosmovisión. Esta concepción cultural no es suficientemente considerada en las actividades matemáticas escolares y menos en los currículos nacionales peruanos, lo que dificulta la construcción de significados, conceptos y procedimientos matemáticos.

#### 1.4. El lenguaje y el sistema de cuentas

Según los estudios lingüísticos y etnohistóricos, se afirma que las lenguas andinas de los pobladores antiguos del tawantinsuyu, pasaron por el puquina, lengua de procedencia altiplánica, luego por el aimara y posteriormente difundieron el quechua (Cerrón-Palomino, 2013).

En coherencia con lo indicado, los pobladores de la comunidad de Surimana, como en toda la provincia de Canas (contexto de nuestro estudio de campo), actualmente hacen uso de la lengua quechua en sus relaciones sociales. Sin embargo, se conservan varios términos en lenguas anteriores al quechua. Por ejemplo, tenemos algunas toponimias como el nombre de la comunidad donde se hizo el estudio. *Surimana* es término aimara que significa "especie de papa blanca alargada" (Bertonio, 1984 [1612]). *Waylluta* también es un término aimara que hace referencia a persona de buena fama (Ibídem). Estas señales del uso lingüístico nos indican la posible utilidad de incorporar en nuestro trabajo didáctico y matemático, los términos locales existentes.

Respecto al sistema de conteo desarrollado en estas lenguas andinas, guardan una relación de estructura y formación de las cantidades, particularmente el aimara y quechua. Ambos sistemas de base decimal, poseen una estructura aditiva. Las cantidades representadas en la Yupana y las expresiones para denominarlos en la lengua aimara y quechua se presentan a continuación en la Figura 1.

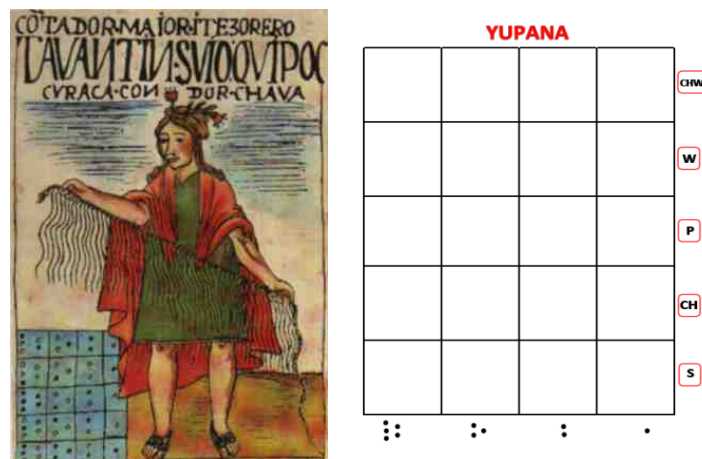
Existe una particularidad en la lengua aimara antigua. Para expresar las cantidades siete y ocho se utiliza la base cinco (qallqu). Por ejemplo, siete se expresa como (cinco y dos), el ocho como (cinco y tres) y el nueve como casi diez. Algunos autores coinciden en señalar que originalmente el cinco se decía qallqu, que significa una mano (Pilares, 2005; Schroeder, 2001; Villavicencio, 1983). Por estos antecedentes postulamos la relación del sistema de conteo en aimara antiguo y la estructura de una base cuatro del tablero Yupana. Conformada por los números *maya*, *paya*, *kimsa* y *qallqu* (uno, dos, tres y cinco), que son precisamente los campos conceptuales y espaciales representativos de grupos de cantidad en nuestra propuesta de Yupana.

Representación de cantidades	Aimara	Quechua	Indo-arábigo				
<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td>•</td></tr></table>				•	maya (mä)	huk	1
			•				
<table border="1"><tr><td></td><td></td><td>•</td><td></td></tr></table>			•		paya (pä)	iskay	2
		•					
<table border="1"><tr><td>•</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	•				kimsa	kinsa	3
•							
<table border="1"><tr><td></td><td>•</td><td></td><td>•</td></tr></table>		•		•	pusi	tawa	4
	•		•				
<table border="1"><tr><td>•</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	•				qallqu	phisqa	5
•							
<table border="1"><tr><td>•</td><td></td><td></td><td>•</td></tr></table>	•			•	maqallqu	suqta	6
•			•				
<table border="1"><tr><td>•</td><td></td><td>•</td><td></td></tr></table>	•		•		paqallqu	qanchis	7
•		•					
<table border="1"><tr><td>•</td><td>•</td><td></td><td></td></tr></table>	•	•			kimsaqallqu	pusaq	8
•	•						
<table border="1"><tr><td>•</td><td>•</td><td></td><td>•</td></tr></table>	•	•		•	llatunka	isqun	9
•	•		•				
<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td>•</td></tr></table>				•	tunka	chunka	10
			•				

*Figura 1.* Representación de cantidades en la Yupana y su equivalencia en la lengua aimara y quechua. La construcción de las cantidades en la lengua quechua sigue una estructura sólida. Por ejemplo el número (once), se pronuncia como (diez y uno), el (veintisiete) como (dos veces diez y siete).

### 1.5. Adaptación del uso de la Yupana

El tablero y la propuesta de trabajo de la Yupana que presentamos, han sido aportados y validados por los profesores que participaron en el proyecto EMCA, en reuniones que se programaron en las diferentes escuelas.



*Figura 2.* Tablero de Yupana basado en la ilustración del manuscrito de 1613 de Guaman Poma de Ayala

La Yupana, la representamos por un tablero rectangular de 20 compartimentos, dispuestos en cuatro columnas y cinco filas, provistas de piedrecillas o fichas. La organización de las columnas orientada de derecha a izquierda está distribuida por la representación de los grupos 1, 2, 3 y 5. Las filas están orientadas de abajo hacia arriba, desde la base inferior o primer nivel que es el campo de las unidades (S=sapan), el siguiente nivel por los grupos de diez (CH=chunka), continuado por cien (P= pachaq), mil (W=waranqa) y diez mil (CHW= chunka waranqa). Su estructura es coincidente con la representación de cantidades en los Khipus. Para la representación y realización de las cuentas aportamos piedrecillas de tres colores, una principal generalmente oscura y dos auxiliares que pueden ser de variado color. Estos colores se utilizaron en los algoritmos de multiplicación, división, potenciación, etc.

Nuestra interpretación sobre el uso de la Yupana coinciden con las investigaciones realizadas por Nicolino De Pasquale, en un funcionamiento de la Yupana en una base decimal, pero se alejan en su postulado principal que afirma que la construcción del sistema numérico Inca era en base 40. En la presentación de los conceptos de cantidad coincidimos con los trabajos de Villavicencio (1983). Por ejemplo para representar la cantidad siete en la Yupana, podemos aportar diferentes opciones descomponiendo de forma variada, como por ejemplo: una vez cinco y una vez dos, una vez cinco y dos veces uno, una vez tres y dos veces dos, dos veces tres y una vez uno... hasta (siete veces una). Esta forma de visualizar las cantidades flexibiliza el pensamiento numérico en el aprendizaje.

## 2. Metodología

Este trabajo es una investigación cualitativa de estudio de casos, porque interesa comprender e interpretar el comportamiento humano, observando los datos en su contexto natural.

Se han realizado observaciones en aulas de primer y segundo grado de primaria, en la Institución Educativa N° 56116 de Surimana, perteneciente a la provincia de Canas, en la región Cusco, del Perú. Esta escuela es una de las diez instituciones educativas que participaron en el proyecto EMCA. Es preciso advertir que han participado en el proyecto estudiantes y profesores de primero a sexto grado de primaria, para efecto del análisis se ha considerado el primer grupo del nivel primario (primero y segundo), que corresponde al III Ciclo de Educación Básica Regular del Sistema Nacional de Educación Peruano. En este grupo participaron 13 estudiantes de cinco y seis años. Todos los estudiantes provienen de una zona rural, cuyas familias están dedicadas principalmente a la actividad agropecuaria, en la crianza de papata, maíz, cebada, haba y otras en menor cantidad. La población se dedica también a la crianza de ganado vacuno, caballos y aves de corral, eventualmente también dedican a la pesca. Surimana pertenece a una zona andina del sur peruano cuyos habitantes son de habla mayoritaria quechua. En esta población se conservan las prácticas ancestrales, en sus actividades productivas, la crianza de animales, así como el uso de herramientas y tecnologías culturalmente construidas por generaciones.

En el proceso de adaptación metodológica de la construcción de conocimientos, referido al desarrollo del proyecto EMCA, hemos concertado espacios de diálogo y debate, los cuales se han organizado en tres etapas:

- 1) Sensibilización y puesta en común sobre las percepciones de la educación matemática intercultural desde las experiencias de prácticas de los docentes. Se desarrolla en una reunión general, de tipo seminario, un taller con profesores de Educación Primaria. Su finalidad es doble. La primera la de compartir experiencias que se vienen realizando a niveles nacional, regional y local. La segunda la de poner en común las principales dificultades en la enseñanza de las matemáticas poniendo el foco de la reflexión en el uso de materiales educativos manipulativos. En esta etapa se ha recogido información de conocimientos e impresiones sobre la educación matemática cultural de la localidad, a través de un cuestionario y propuesta de lista de actividades matemáticas.
- 2) Construcción metodológica. Se organizaron al menos cuatro sesiones de micro taller en las que se realizaron fundamentalmente dos trabajos. Primero un diálogo, valoración y selección de actividades de la comunidad local que se relacionan con los conceptos y procedimientos matemáticos teniendo en consideración el calendario comunal y escolar. En segundo lugar el análisis, la reflexión y validación de la Yupana que finaliza con el debate sobre la metodología del empleo de la Yupana en las actividades de aprendizaje con los estudiantes. La recogida de información ha consistido en diálogos con población local, elaboración de calendarios tanto comunal como escolar y desarrollo de cuestionarios propios, entre otros.



- 3) Puesta en práctica de la metodología y el uso del material con estudiantes en el aula. Esta experiencia se finaliza con la reflexión de los resultados o las actividades realizadas, resaltando las dificultades y aspectos positivos de la experiencia. Los instrumentos utilizados fueron, observación participativa en sesión de aprendizaje, entrevista a docentes y la aplicación de pruebas matemáticas a los estudiantes.

En este artículo nos centraremos en la tercera etapa y en las observaciones realizadas en las sesiones de matemáticas, conectando las dedicadas al uso de la Yupana en las actividades de contar y realizar cálculos. Para realizar las observaciones se ha contado con una guía de observación para registrar las experiencias de estos procesos que ponen especial atención en la metodología empleada por los docentes, la temática abordada y las tareas o actividades realizadas por los alumnos.

La observación se ha realizado en una sesión de 90 minutos, que correspondió a las actividades en situaciones de cantidad. Para organizar la observación se ha utilizado la guía RTOP + Justicia Social (Reformed teacher observation protocol + Social Justice Items), desarrollado por Pedulla, Mitescu, Jong y Cannady (2008), convenientemente adaptado al idioma español y los objetivos del proyecto. La guía contiene un registro cualitativo de las actividades realizadas en la sesión de aprendizaje. Esta guía está organizada en cinco apartados: 1) datos generales de la institución educativa, identificación del docente, fecha y hora de observación; 2) identificación del contexto de observación; 3) descripción de la sesión y actividades realizadas; 4) lista de control para la observación del diseño e implementación del proceso de enseñanza-aprendizaje; y 5) entrevista al docente después de la observación con preguntas concretas.

Se ha aplicado un test de salida con 12 ítems concernientes a la competencia de "actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad", de las cuales 4 ítems estaban dirigidas a la comprensión y uso de la Yupana. El test se aplicó semanas después de realizar la experiencia en el aula.

El análisis de los datos indaga sobre:

- la implementación de la metodología descrita en las sesiones de aula;
- la selección de las actividades matemáticas, extraídas o vinculadas de las actividades frecuentes de la comunidad;
- el desarrollo de los procesos cognitivos de los conceptos, procedimientos y valores matemáticos relevantes para uso pedagógico;
- el empleo de los recursos y materiales educativos, en especial el uso de la Yupana.

### 3. Proceso de trabajo

Para la puesta en marcha de la acción didáctica en el aula, los docentes han participado en las dos fases previas del proyecto. Las actuaciones que describimos a continuación corresponden a la tercera etapa de experimentación en aula. Es necesario indicar que las actividades de aprendizaje con estudiantes fueron coordinadas con el director de la institución educativa y los docentes de los grupos de primero y segundo de primaria.

#### 3.2. Metodología desde una actividad productiva comunal

Presentamos una de las actividades de aprendizaje dedicadas a la cosecha de cebada. Es una actividad tradicional de la comunidad en la que participan familiares y vecinos ayudándose colectivamente. Esta actividad cooperativa consiste en el traslado de la cebada (espiga con tallo) de la *chacra* a otro espacio dedicado al proceso de selección del grano.

Previo al desarrollo de la sesión, hay un momento inicial, que es la de vivenciar la actividad de la cosecha de cebada con los estudiantes. La actividad está programada en el calendario comunal coincidente con el plan curricular del centro. La actividad está diseñada para la adquisición de conocimientos multidisciplinares atendiendo contenidos de las materias de: comunicación, personal social, ciencias y ambiente y otras. Para el caso de aprendizaje de las matemáticas se organizan los contenidos según las diferentes capacidades y competencias programadas en su plan de estudio.

A continuación exponemos una sesión correspondiente al dominio de cantidad. Las tareas o ejercicios están propuestos para organizar cantidades y su representación con objetos concretos, con el fin de esclarecer relaciones cognitivas de construcción del concepto de cantidad. Se inicia con un diálogo tipo asamblea en el aula. Posteriormente se registran los conocimientos que posee el alumnado respecto a la actividad productiva que se ha seleccionado. Esto se realiza a través de preguntas previamente reflexionadas con el equipo de profesores. A continuación se muestran secciones de diálogo de la asamblea.

- Profesor: ¿Ustedes ayudan en el corte de cebada?  
Alumnos: Sí (contestan varios alumnos).  
Alumno 1: Cortan mi papá y mis tíos.  
Profesor: ¿Cómo hacen el corte de cebada?  
Alumno 2: Se juntan en la chacra para ayudar al que hace corte.  
Alumno 3: Cortan cantando.  
Alumno 1: Cortan con la segadera.  
Alumno 2: Juntan en montoncitos, para llevar.

En este diálogo aparecen varios conceptos como: chacra, corte de cebada, canto y montones, también algunos procesos tales como: juntar o llevar. El corte de cebada forma parte de la actividad principal cosecha de cebada que se realiza en los meses de mayo y junio. Los niños la conocen por ser una actividad familiar en la comunidad. Muchos han estado en contacto, incluso ayudando a realizar estas tareas. Conocen la función de las diferentes personas que intervienen en el proceso así como las herraminetas que se usan. Entre ellas se tiene la segadora (ichhuna), sogas o cuerdas (reata) y la formación de montones desde un manojito (hapiy o maki). Un montón pequeño dispuesto en orden (phicha). Segunda formación de montón calculado por los brazos (marqay) y la conformación de la carga para poder ser transportado por una persona o un caballo (winay), según casos. Con esta primera etapa de diálogo con los niños, el docente enfatiza los conceptos matemáticos que serán tratados en la sesión. El conocimiento matemático que conlleva debatir es juntar montoncitos (sumar).

- Profesor: ¿Cómo juntan los montoncitos?  
Alumno 4: Cogen con la mano y cortan con la segadera, ponen al suelo, luego otro así siguen.  
Profesor: ¿Qué forma tienen entonces?  
Alumno 3: Primero uno, después otro.  
Alumno 2: ¡Ah! Ponen en cruz.  
Profesor: ¿Saben cuántos manojos tiene cada montoncito?  
Alumno 4: Artos.  
Alumno 2: Sí. Es pares.  
Alumno 4: No. Cuentan, profesor.  
Alumno 5: Depende, son tres pares o a veces cuatro.

La pregunta clave que considera el profesor es "¿cómo juntan los montoncitos?", la cual permite que los niños exploren sus saberes. Podemos anotar que hacen referencia a "cogen con la mano", que luego se establece como una unidad de medida hapiy, concepto matemático de medida. Hacen también mención al proceso de formación del grupo o motoncito "ponen al suelo", "primero uno después otro", secuenciación matemática. La formación de este grupo tienen un orden "en pares" y una forma local e histórica específica en cruz o aspa, secuencia de números pares. También aparecen las cuentas de manojos de cebada. Este diálogo se genera en un ambiente de participación y se construye desde la experiencia de los estudiantes. El profesor, a medida que va guiando, aprende los variados aspectos



culturales de la comunidad concreta a la que atiende. Esta práctica es la que deseamos promover en aula, donde todos son constructores del conocimiento incluido el profesor. Con la participación de los propios actores se contribuye a construir una sociedad más justa (Freire, 1975), donde el docente utiliza el conocimiento ancestral de la comunidad local a la que atiende y con la que trabaja. Dicho aspecto es particularmente importante en comunidades rurales aisladas como las que se atienden en esta experiencia.

En este punto de inicio de sesión, se enfatiza, el proceso de juntar los manojos de espigas para formar los montones que se denominan phicha. En esta formación hay un proceso regular, rutinario. Efectivamente juntan en pares de tres o cuatro, intercalándolas en cada par en forma de cruz.

Para fijar el producto del diálogo y sus propias concepciones, se les pidió que dibujasen estos grupos. En primer grado aún no se han apropiado de la escritura, por lo que se acompaña para que realicen sus ilustraciones. En la Figura 3 podemos observar el dibujo de un niño de primer grado, en la que representa los distintos grupos, de izquierda a derecha. Una mano (huk maki) que hace referencia a un manajo, que se obtiene al cortar el segador la hierba. Luego se sitúa en el suelo. En segundo lugar el alumno representa un grupo de manojos ordenados (phicha). Consta de varios manojos dispuestos en forma de cruz o aspa. El siguiente grupo es la agrupación formada por los brazos de una persona (marqay), que consta de varias phichas. Finalmente el grupo formado por varios grupos de brazos, atado por una cuerda o sogá, que será la carga que llevará una persona o un caballo (winay).

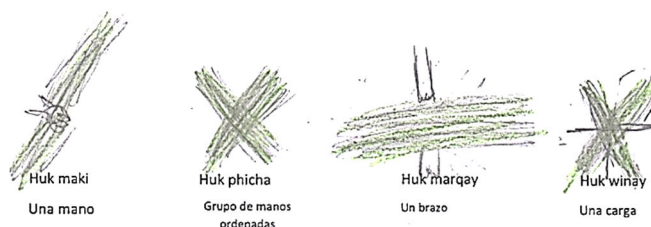


Figura 3. Representación de colecciones en la actividad de corte de cebada

### 3. Sistematización de contenidos y procedimientos

La siguiente fase consiste en la manipulación de las representaciones de estos grupos a través de materiales no estructurados como los palillos que hacen las veces de manajo de cebada. En esta simulación un palillo es la unidad representativa para formar los grupos. A cada grupo se asigna su correspondiente nombre y su representación, que son también el nombre que asigna la propia comunidad.

Tabla 1. Colección de grupos en la actividad de corte de cebada

Grupo/colección	Manajo	Montón	Brazo	Una carga
Expresión en quechua	Maki, hap'iy	Phicha	Marq'a	Winay, qipi
Representación	1 palillo	4 palillos	4 montones	5 brazos

En esta actividad se pide a los niños organizar grupos en forma de phicha (se sugiere que hagan cuatro phichas). Los niños agrupan usando los palillos libremente, el caso de primero y segundo sólo se trata hasta el segundo grupo (phichas). Luego ellos contabilizan y contrastan si están bien agrupados. Posteriormente se les formulan preguntas como: ¿cuántos palillos hay en dos montoncitos?, ¿cuántos palillos hay para tres montoncitos? y ¿en cuatro?



Figura 4. Alumno verificando la cuenta de las colecciones que ha realizado

La representación de las diferentes agrupaciones que se han resuelto con palillos, así como las diferentes cuentas (adiciones y sustracciones) resueltas de forma manipulativa por parte del alumnado se transcriben al papel como se muestra en la Figura 4. De este modo se constata que cada montón representa la cantidad cuatro. Esta representación es trascendente, porque posteriormente la idea de este grupo (phicha) es admitida como la representación de la cantidad cuatro. Por ejemplo la idea de tres fichas, se entendería como 4 y 4 y 4, tres veces el cuatro. No tienen la noción de multiplicación pero en el proceso que realizan ya está presente. Hay trabajos que se vienen realizando en esta dirección de manipulación de palillos en las primeras etapas de la educación, como por ejemplo la metodología ABN<sup>4</sup>.

Se finaliza esta etapa con las respuestas a las preguntas que se han propuesto. Responden primero en forma oral, verificando si es necesario con la formación de grupos, luego con ayuda del profesor se registra en la ficha de trabajo, como se puede mostrar en la Figura 5. Por ejemplo, en la pregunta "¿cuántos palitos completan cinco fichas?" no tienen la cantidad suficiente de grupos (phichas) para contabilizar el total, en este caso se enfrentan a una dificultad mayor, que es la de representación mental (iniciación del pensamiento abstracto). Otro detalle que muestra la Figura 5, es que el niño continúa representando la Phicha que representó en su dibujo anterior, y no cuatro palitos como se podía esperar. Sin embargo pondría en evidencia la asignación del valor cuantitativo de cada phicha como la cantidad cuatro.

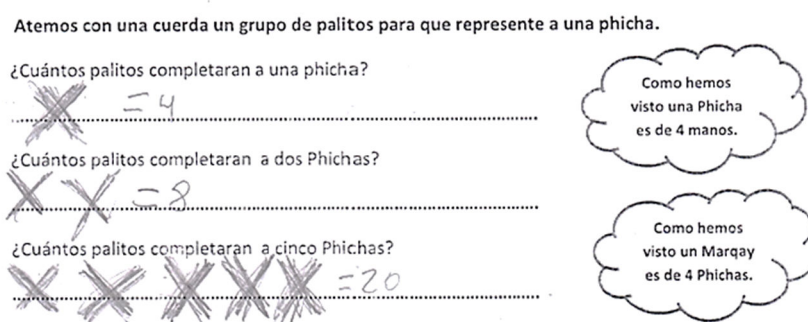


Figura 5. Representación simbólica de la cuenta de colecciones después de la simulación con palillos

### 3.4. Construcción de conocimientos con uso de la Yupana

En esta fase nos interesa destacar el empleo del material Yuapana para reforzar las ideas anteriores del alumnado. Así mismo establecer la representación simbólica de cantidades, aquellas que se han tratado anteriormente, de manera que puedan experimentar, ensayar, verificar su representación para cada cantidad. El proceso que siguen es la movilización de piedras ya sea trasladando, juntando y separando estas piedras en los espacios del tablero.

En el proceso de construcción del concepto de cantidad, uno de los desafíos de nuestro trabajo ha sido la representación de la cantidad cuatro en la Yupana. La misma que estuvo representada por el alumnado inicialmente por un montón ordenado de manojos de cebada, denominados como phicha. Posteriormente, se ha simulado su representación con material concreto haciendo uso de cuatro palillos. En esta fase, se continúa graduando el desafío con el uso de la Yupana. La intención del material es seguir construyendo la noción de cantidad, iniciando con los procesos de abstracción, con ello posibilitando las distintas formas posibles y la comprensión de composición y descomposición de las cantidades. A continuación se muestra una parte del diálogo sobre este proceso:

- Profesor: ¿Pueden mostrarme cómo logramos la representación de cuatro en la Yupana?  
Alumno 3: No hay para el cuatro.  
Alumno 4: 3 y 1 son cuatro.  
Profesor: ¿Habrán otras formas? [Momento de incertidumbre].

<sup>4</sup> Algoritmos Basados en Números de Jaime Martínez Montero. Recuperado el 20 de febrero de 2016 de <http://algoritmosabn.blogspot.com.es/2012/04/numeracion-en-1-de-primaria.html>.

Alumno 2: Yo tengo 2 y 2 es cuatro.

Alumno 1: Así (1, 1, 1 y 1) es cuatro.

Profesor: Ahora intentaremos obtener el ocho. Será necesario que lo expliquen cómo lo hicieron [comienzan a representar los alumnos].



Figura 6. Representación de la cantidad siete en la Yupana

Después de varias semanas se aplicó un test<sup>5</sup> a 77 niños de primer grado y 119 niños de segundo grado de educación primaria, todos ellos participantes del proyecto EMCA. Se les mostró ilustraciones con la representación de cantidades con el esquema de Yupana como se puede visualizar en la Figura 7. Con respuesta de alternativas múltiples, tres fueron las preguntas que estaban dirigidas a verificar su comprensión del uso de la Yupana y su respectiva asimilación.

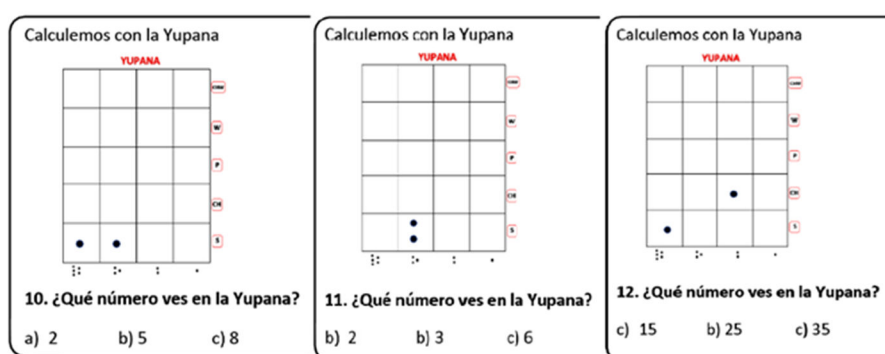


Figura 7. Ítems aplicados a los estudiantes de primer y segundo grado

Es importante precisar que la mayoría de los niños de primer grado aún no han aprendido a leer y menos a escribir en castellano ni en quechua. Por este motivo pueden tener ciertas limitaciones en el momento de marcar sus respuestas. Sin embargo, un importante porcentaje de niños lograron responder de forma correcta. El 49%, 47% y 39% de los ítems 10, 11 y 12 respectivamente fueron respondidos correctamente, lo que comprueba que recuerdan y han instalado en su esquema mental el funcionamiento y uso de la Yupana. En segundo grado los resultados son aún más alentadores, ya que logran de forma correcta porcentajes del 67%, 65% y 68% respectivamente de las mismas preguntas.

#### 4. Conclusiones

Se circunscribe este trabajo al entorno educativo de la región alto andina de Perú. En concreto a la zona de la provincia de Canas, específicamente en el distrito de Tupac Amaru y al Centro Poblado (la

<sup>5</sup> A modo de ejemplo se incorpora como anexo a este artículo el test elaborado para el alumnado de 1° y 2° curso de Educación Primaria. De modo similar se hicieron otros dos test. Uno para 3° y 4° curso y otro para 5° y 6°. Estos instrumentos han ido acompañados de un manual para el evaluador de título "Yupana para la Educación Matemática Cultural Andina". Es considerada por la Dirección Regional de Educación Cusco y su Unidad de Gestión Educativa Local – Canas como la segunda prueba formativa de matemática del tercer, cuarto y quinto ciclo de EBR (Educación Básica Regular) de Instituciones Educativas focalizadas – 2015 en UGEL Canas.

comunidad local) de Surimana. Los resultados obtenidos han sido satisfactorios en dicho entorno y los investigadores consideramos que pueden ser extrapolables a otras comunidades locales con similares características. Estos estudios serán parte de futuras investigaciones. Se concluye que las diversas comunidades educativas con las que se ha trabajado han logrado identificar formas de vincular los conocimientos de actividades socio-culturales locales con las matemáticas.

Se han identificado tres momentos claramente conectados entre sí para lograr este proceso. En primer lugar la selección de la tarea o actividad cultural local, que consiste en la identificación de las diversas prácticas o actividades sociales de la comunidad, en este caso: corte de cebada. De esta actividad local se abordan aspectos conceptuales, lingüísticos y culturales como hapiy, phicha, marqay, winay, que son unidades de medida para organizar grupos en la cosecha de cebada en las culturas de habla quechua. Este proceso es preciso que comience con un diálogo participativo de los estudiantes sobre estos conocimientos culturales, guiados por preguntas que generen la puesta en común de estos saberes frente al modelo imperante actual que se fundamenta en la imposición de la secuencia de contenidos del texto reglado. En segundo lugar, está la sistematización de los procesos conceptuales por medio de materiales concretos, palillos. Se ha hecho patente la lógica de los procesos conceptuales lógico-matemáticos que se hacen en la comunidad local, lo que solemos denominar observar o descubrir las matemáticas en nuestro entorno cotidiano. Hemos evidenciado en este proceso la aparición de forma natural de los algoritmos de la adición y la sustracción, así como de las agrupaciones, formas de organización y trabajo en grupo o uso de la lengua autóctona. La ampliación de estos conocimientos ha reforzado lo establecido en las etapas anteriores e iniciando los procesos de abstracción de estos conocimientos.

Explicada nuestra forma de manipular el ábaco Inca Yupana al alumnado, evidenciamos multitud de posibilidades de trabajo con otros algoritmos: multiplicación, división, raíz cuadrada, etc. En el caso concreto de nuestro estudio, comprobamos su eficacia para el caso de la representación simbólica de las cantidades y su constructo conceptual.

Finalmente, se constata la capacidad del alumnado para lograr varias formas de representación, todas ellas válidas. Se advierte que estas formas de concepción se alejan de la agrupación fundamentada en la identificación de agrupaciones con registros numéricos. Se sugieren nuevas posibilidades para la comprensión de la composición y descomposición de cantidades y el tratamiento de la numeración decimal. En la numeración indo-arábiga reglada se utilizan diez símbolos (0, 1, 2, 3,..., 9). La cantidad de cinco se representa únicamente como 5. Mientras, en el tablero de cuentas Inca, esa misma cantidad tiene variadas posibilidades de representación. Cinco se podrá representar como: una vez cinco, una vez tres y una vez dos, dos veces dos y una vez uno, una vez dos y tres veces uno, y cinco veces una. Esta forma de organizar las cantidades descrita en el estudio enriquece la visión del alumnado de las regiones alto andinas de Perú y amplía su concepción de cantidad.

## Referencias

- Aroaca, A. (2013). *Cálculos aritméticos en la práctica cultural*. España: EAE.
- Bertonio, L. (1984 [1612]). *Vocabulario de la Lengua Aymara*. Cochabamba: CERES-MUSEF-IFEA.
- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural*. (G. Sanchez Barberán, Trad.) Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica.
- Bishop, A. (2000). Enseñanza de las matemáticas: ¿cómo beneficiar a todos los alumnos? En N. Gorgorió, J. Deulofeu, A. Bishop (Coords.), *Matemáticas y Educación. Retos y Cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 35-56). España: Universitat de Barcelona y Editorial Grao de IRIF, S.L.
- Cerdá, T. (1758). *Liciones de mathemática, o elementos generales de arithmetica y álgebra para el uso de la clase*. Tomos 1 y II. Barcelona: Francisco Suriá, Impresor de la real Academia de las Letras.
- Cerrón-Palomino, R. (2013). *Las lenguas de los incas: el puquina, el aimara y el quechua*. Frankfurt: PL Academic Research. <http://dx.doi.org/10.3726/978-3-653-02485-2>

- Chirinos, A. (2010). *Quipus del Tawantinsuyo: Curacas, Incas y su saber matemático en el siglo XVI*. Lima: Comentarios SAC.
- D' Ambrosio, U. (2001). La matemática en América Central y del Sur: Una visión panorámica. En A. Lizarzaburu y G. Zapata (Ed.), *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina* (pp. 88-105). Madrid: Morata.
- De Pasquale, N. (s.f.). *Decimal Guaman Poma*. Recuperado de [www.quipus.it](http://www.quipus.it).
- Ferreira, E. (1992). *A matemática no pensamento de Paulo Freire*. Campinas, Brazil: UNICAMP.
- Frankenstein, M. (1983). Critical mathematics education: An application of Paulo Freire's epistemology. *Journal of Education*, 315-339.
- Frankenstein, M. (2014). Which measures count for the public interest? *Revista Internacional de Educación para la Justicia Social (RIEJS)*, 3(1), 133-156.
- Freire, P. (1975). *Pedagogía del oprimido* (J. Mellado, trad.). Madrid: Siglo XXI.
- Gerdes, P. (1996). Etnomatemática e educação matemática: uma panorâmica geral. *Quadrante, Revista Teórica e de Investigação*, 5(2), 105-138.
- Gutstein, E. (2003). Teaching and learning mathematics for social justice in an urban, Latino school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 37-73. <http://dx.doi.org/10.2307/30034699>
- Murillo, F. J. y Hernández-Castilla, R. (2011). Hacia un concepto de justicia social. *REICE: Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 9(4), 7-23.
- Murillo, F. J. y Hernández-Castilla, R. (2014). Liderando escuelas justas para la justicia social. *Revista Internacional de Educación para la Justicia Social (RIEJS)*, 3(2), 13-32.
- Pedulla, J., Mitescu, E., Jong, C. y Cannady, M. (2008). Observing teaching for social justice for teachers from two pathways. *Documento presentado en la American Educational Research Association Annual Meeting, Nueva York*.
- Pilares, G. A. (2005). Los sistemas numéricos del quechua y el aimara. *Revista andina*, 40, 149-178.
- Poma de Ayala G.F. (1613). *Nueva crónica y buen gobierno*. Recuperado de <http://www.kb.dk/permalink/2006/poma/info/es/frontpage.htm>
- Rico, L. y Maz, A. (Septiembre, 2004). Concepto de cantidad, número y número negativo durante la época de influencia jesuita en España (1700-1767). En E. Castro y E. De la Torre (Eds.), *Investigación en educación matemática. Octavo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 249-258). A Coruña: SEIEM.
- Ríos, J. (2013). Las Matemáticas ancestrales y la Yupana. *Revista Tarea*, 82, 41-47.
- Schroeder, J. (2001). *Matemática Andina*. Lima: Ministerio de Educación-GTZ.
- Tosca, T.V. (1727). *Compendio Matemático*. Tomos I y II. Segunda edición corregida y enmendada. Madrid: Imprenta de Antonio Marín.
- Uooa, P. (1706). *Elementos Mathematicos*. Tomo I. Madrid: Antonio González de Reyes.
- Villavicencio, M. (1983). *Numeración, algoritmos y aplicación de relaciones numéricas y geométricas en las comunidades rurales de Puno*. Lima-Puno: Ministerio de Educación.

Herbert Jhon Apaza Luque. Investigador en formación y estudiante del Programa de Doctorado en Educación en la Universidad Autónoma de Madrid, forma parte del grupo de investigación "Cambio Educativo para la Justicia Social" GICE, integrante del subgrupo de Ciencias Experimentales y Matemáticas para la Justicia Social. Líneas de investigación de interés: Educación matemática Intercultural, materiales educativos, currículum de matemáticas, educación matemática para la Justicia social.







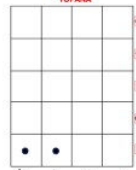
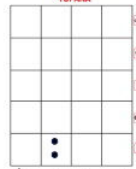
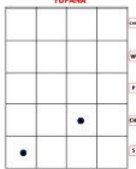
Email: [hjhon@hotmail.com](mailto:hjhon@hotmail.com)

Santiago Atrio Cerezo. Vicedecano de Ordenación Académica y Desarrollo de las Titulaciones y Profesor del Departamento de Didácticas Específicas de la Facultad de Formación de Profesorado y Educación. Universidad Autónoma de Madrid. Arquitecto por la Universidad Politécnica de Madrid (1993), Doctor en Ciencias de la Educación por la Universidad Nacional de Educación a Distancia (2006). Compagina sus estudios de postgrado, máster y doctorado.

Email: [santiago.atrío@uam.es](mailto:santiago.atrío@uam.es)



**Anexo: Test elaborado para el alumnado de 1° y 2° curso de Educación Primaria**

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p style="text-align: center; font-size: small;">III CICLO [PROYECTO "YUPANA PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CULTURAL ANDINA"]</p> <p style="text-align: center;"><b>SEGUNDA EVALUACIÓN FORMATIVA DE MATEMÁTICA</b></p> <p><b>Nombre del alumno:</b> _____</p> <p><b>Nombre de I.E.:</b> _____</p> <p><b>Grado y Sección:</b> _____</p> <p><b>Fecha:</b> _____</p> <p><b>Indicaciones:</b> Lee cada pregunta con mucha atención, realiza tus cálculos o dibujos en los espacios en blanco y completa con tu respuesta o marca con un aspa (x) la alternativa correcta. Tienes 1:20 horas para resolver la prueba.</p> <p>Representamos una "Picha" con palitos:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>1. ¿Cuántos palitos hay en una Picha?</p> <p>a) 4      b) 8      d) 12</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>2. ¿A cuántos palitos hay en tres Pichas?</p> <p>a) 4      b) 8      c) 12</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Pedro vende trompos. Forma grupos de 10 en 10.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>3. ¿Cuántos grupos de 10 formaste?</p> <p>a) 4      b) 5      c) 6</p> </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p style="text-align: center; font-size: small;">III CICLO [PROYECTO "YUPANA PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CULTURAL ANDINA"]</p> <p>4. ¿Cuántos trompos hay en total?</p> <p>a) 40      b) 50      c) 51</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>En la competencia de maratón participan los niños de segundo grado</p> <div style="text-align: center;">  <p style="font-size: x-small;">Illopa, Kusi, Willka, Wayra, Misk'i, Amaru, Killla.</p> </div> <p>5. ¿Quién llega en tercer puesto?</p> <p>a) Misk'i      b) Killla      c) Kusi</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>6. ¿Quién llega después de Waira?</p> <p>a) Misk'i      b) Amaru      c) Kusi</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>7. Observa:</p> <p style="text-align: center;">23 + <span style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 20px; height: 15px; vertical-align: middle;"></span> = 35</p> <p>¿Qué número falta en el recuadro?</p> <p>a) 11      b) 12      c) 58</p> </div>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p style="text-align: center; font-size: small;">III CICLO [PROYECTO "YUPANA PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CULTURAL ANDINA"]</p> <p>8. Cada niño tiene 2 canicas. ¿Cuántas canicas tienen en total?</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>a) 4      b) 8      c) 10</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>9. ¿Cuánto de más cuesta la pelota que el polo?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p style="border: 1px solid black; padding: 2px;">S/45</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p style="border: 1px solid black; padding: 2px;">S/40</p> </div> </div> <p>a) 85      b) 45      c) 5</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Calculemos con la Yupana</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>10. ¿Qué número ves en la Yupana?</p> <p>a) 2      b) 5      c) 8</p> </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p style="text-align: center; font-size: small;">III CICLO [PROYECTO "YUPANA PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CULTURAL ANDINA"]</p> <p>Calculemos con la Yupana</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>11. ¿Qué número ves en la Yupana?</p> <p>b) 2      b) 3      c) 6</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Calculemos con la Yupana</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>12. ¿Qué número ves en la Yupana?</p> <p>c) 15      b) 25      c) 35</p> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> <p>¡Felicitaciones por tu esfuerzo!</p> <p>Entrega la prueba a tu profesor o profesora</p> </div>