Alfabetització matemàtica i comunitats escolars

Carlos Gallego[*]

Resum

L'autor defensa la tesi que l'alfabetització matemàtica no és un procés tecnològic i transparent, sinó que està relacionada amb l'emergència d'identitats i cultures escolars; de comunitats i institucions. Per això, analitza els processos d'aprenentatge d'una aula de quart de primària que pot ser considerada un cas de «bones pràctiques» i que mostra com es vinculen les accions estratègiques, les comunicatives i les crítiques. En el cas estudiat, l'activitat de l'aula té forma global de sistema de pràctiques crítiques, que usen els nens i la mestra per buscar, en un text científic ja publicat, l'explicació d'una pregunta que els interessa, i per elaborar ells mateixos un altre escrit que imita la racionalitat amb la que l'autor va escriure el seu text.

Paraules clau

alfabetització matemàtica, percentatge, conjunts numèrics, estadística, primària, accions crítiques, accions estratègiques, accions comunicatives, pragmàtica, interacció simbòlica, indagació

Data recepció: 10 de desembre de 2007
Data acceptació: 18 de febrer de 2008

Presentació

El Programa PISA proposa una interpretació d'«alfabetització matemàtica» que ens pot servir per iniciar aquest article i situar-lo en els consensos internacionals sobre el tema. Aquesta alfabetització seria «la capacitat individual per identificar i entendre el paper que les matemàtiques tenen en el món, fer judicis ben fundats i usar les matemàtiques i implicar-s'hi en aquells moments en què es presentin necessitats en la vida de cada individu com a ciutadà constructiu, compromès i reflexiu» (OCDE, 2003).

El terme *alfabetització matemàtica* fa referència a una capacitat que integra habilitats, coneixements idiosincràtics i acadèmics, referències contextuals, emocions i valors, i està relacionat amb la capacitat de situar-se en el món com a ciutadà constructiu, compromès i reflexiu. Podríem utilitzar cinc indicadors competencials per representar l'alfabetització matemàtica:

— *Visibilitat*: identificar el paper de les matemàtiques en els contextos naturals, socials i culturals en què viuen les persones, en relació amb la seva vida privada, social i professional.

— *Naturalitat*: usar mitjans flexibles, reflexius, variats, i basats en la intuïció personal i en competències i capacitats personals.

— *Eficàcia*: usar amb habilitat coneixements, destreses i tecnologies simbòliques, matemàtiques bàsiques, que s'han d'aprendre.

— *Creences*: no tan sols apreciar i gaudir de les matemàtiques, sinó valorar-les i relacionar-s'hi.

— *Funcionalitat*: usar-les com a ciutadà constructiu, compromès i reflexiu, és a dir, per reconèixer, modificar i projectar el món natural i social.

(*) Facultat de Psicologia i Ciències de l'Educació i l'Esport Blanquerna (Universitat Ramon Llull). Membre del Claustre de professors de l'Escola Pública d'Antzuola (Gipuzkoa), i del Seminari «La Cultura matemàtica de les persones», de l'ICE de la Universitat Autònoma de Barcelona i de la Facultat de Psicologia Ciències de l'Educació i l'Esport Blanquerna. Adreça electrònica: angelcarlosgl@blanquerna.url.edu

Temps d'Educació, 34, pp. 29-66

Malgrat la seva importància en el coneixement i la planificació del món natural i social, les matemàtiques són pràcticament invisibles en la vida quotidiana. Tot i la universalitat de les seves pràctiques a totes les cultures, la majoria dels ciutadans té dificultats per usar relacions i tecnologies simbòliques bàsiques i considera aquest saber com una cosa molt sofisticada per a la qual no se sent amb capacitat. La invisibilitat de les matemàtiques, les dificultats per usar elements bàsics i l'assignació d'un estatus irracional a la naturalesa del seu saber ens mostren el fracàs que té la institució escolar en l'alfabetització matemàtica de l'alumnat.

Tanmateix, aquests fenòmens no expliquen gens el dèficit de les persones corrents per usar amb sentit les pràctiques matemàtiques, ni tampoc no expliquen gens la naturalesa «especialment exigent» d'aquest saber. El fracàs en l'alfabetització matemàtica s'ha d'interpretar com un problema institucional de les «matemàtiques escolars».

Efectivament, l'aprenentatge de les matemàtiques que es fa a l'escola no és un procés tecnològic, transparent i de creixement natural, sinó que està relacionat amb l'emergència d'identitats i de cultures; de comunitats i institucions (Yackel, 1995; Cobb i Bauersfeld, 1995; Restivo, 1999). És un procés en el qual es transmeten habilitats, coneixements, valors, creences i funcionalitats a través de la selecció de textos, de contextos i de pràctiques amb aquests i en què s'usen les relacions entre les persones i es crea un món per a la vida de l'aula. L'alfabetització matemàtica, per tant, està relacionada amb la convivència, amb el poder (qui selecciona, amb quins interessos, quins textos), la història de les experiències personals (quines accions, en quins entorns, amb quines intencionalitats, amb quins instruments) i els marcs socials de l'aula (quins contextos locals i globals, com es construeixen, qui hi participa, quines són les accions de nivell superior).

Això vol dir que la invisibilitat de les matemàtiques, la falta d'habilitat (fins i tot idiosincràtica) i les creences irracionals sobre aquest saber que presenten molts ciutadans són problemes que tenen una dimensió institucional relacionada amb el poder, els marcs, les accions i la ideologia de l'aula, és a dir, amb els vincles que s'estableixen a l'aula entre les matemàtiques i la comunitat. Aquests vincles sovint representen una agressió simbòlica per a l'alumnat i els mestres, una agressió que viuen en silenci.

El repte de l'alfabetització matemàtica dels ciutadans requereix, per tant, vincular la notra preocupació sobre els processos matemàtics amb la preocupació de l'aula com a societat, tot revisant-ne la ideologia, la cronologia, la lògica i la topografia, per transformar el sentit global que té el seu món de la vida, que està orientat a la comprensió sobre la manera com s'hi assigna un lloc i un paper particular a les persones, als fets, als contextos, a les relacions i a les tecnologies simbòliques matemàtiques bàsiques. El repte és, en darrer terme, una qüestió ètica: democratitzar l'escola.

Començarem l'article[1] amb una breu revisió de la literatura, per buscar els fils que ens han conduït a pensar en les *matemàtiques* com un sistema de pràctiques socio-

(1) L'article està signat per un universitari i dos mestres d'una escola de primària (Eugenio Sasieta i Izaskun Aspiazu), que firmen amb el nom col·lectiu «Escuela Pública d'Antzuola», ja que una norma del seu claustre de professors vol subratllar la naturalesa col·lectiva dels fets relacionats amb el seu projecte educatiu, com els que narrarem aquí. Els mestres han estat els responsables de planificar, implementar i documentar el procés didàctic, per a la descripció del qual han utilitzat un diari de classe escrit pel coordinador de segon i tercer cicle del col·legi. L'universitari és el responsable del text. Aquest treball s'ha dut a terme en

genètic, i en la *racionalitat* com un fenomen comunicatiu fonamentat en la força il·locucionària pròpia dels actes de parla. Després descriurem, amb un cert detall, el procés didàctic d'una aula de quart de primària que ens servirà com a exemple de bones pràctiques. Veurem que relacionar el problema de l'alfabetització matemàtica i el problema d'una comunitat de l'aula que sigui polifònica, emancipadora i inclusiva, ens pot tornar la visibilitat de les matemàtiques en els contextos en què viuen les persones, la naturalitat en el tracte d'alumnes i mestres amb aquestes, l'eficàcia en l'ús de relacions i tecnologies simbòliques matemàtiques bàsiques, i la seva funcionalitat orientada a la comprensió del món amb altres. I amb totes aquestes característiques, la percepció del valor cultural d'aquestes pràctiques. Veurem també que aquesta revisió crítica de l'alfabetització matemàtica requereix una nova manera de pensar sobre la naturalesa dels seus processos d'estudi per adaptar-los a un model de racionalitat comunicativa. Acabarem amb unes reflexions generals sobre el que pot significar l'aula com a comunitat d'aprenentatge orientada a la comprensió del món i el lloc que hi poden tenir les pràctiques matemàtiques.

L'alfabetització matemàtica com a procés sociogenètic i crític de transmissió cultural

Podríem estirar fils diversos per resseguir alguna pista que ens portés a una perspectiva crítica sobre els processos escolars d'alfabetització matemàtica. L'un seria, sens dubte, la investigació sobre el contracte didàctic duta a terme en el marc de la teoria de les situacions didàctiques de Brousseau (1997). Tanmateix, com que ens interessa un recorregut breu, podríem ajustar-nos i estirar només el fil que conformen els estudis sobre la ruptura entre les matemàtiques escolars i les de la vida quotidiana («del carrer», deien alguns autors). Aquest fenomen està molt ben documentat des dels anys vuitanta. Per posar tan sols dos exemples clàssics, D'Ambrosio (1986) va estudiar camperols de zones rurals del Brasil, i Carraher, Carraher i Schliemann (1982, 1985) van fer estudis comparatius entre els sabers matemàtics de nens i nenes escolaritzats i els de no escolaritzats però que vivien al carrer gestionant jocs d'atzar.

L'existència d'aquesta ruptura entre les pràctiques matemàtiques que s'aprenen a l'escola i les que aprenen al carrer els membres d'algunes comunitats ja no es discuteix en la investigació en educació matemàtica; i tampoc no es discuteix que totes les persones tenen capacitats per adquirir pràctiques matemàtiques idiosincràtiques complexes que poden aplicar amb sentit i d'una manera flexible a diferents contextos que els siguin familiars.

Aquests estudis transculturals i de «matemàtiques al carrer» (*street mathematics*) van obrir un dilema interessant en el camp de la investigació en educació matemàtica que podríem resumir comparant les posicions de D'Ambrosio i Nunes: ¿Com s'ha d'interpretar l'èxit de les matemàtiques apreses al carrer quan les comparem amb les que s'aprenen a l'escola? ¿com un fenomen de psicologia cognitiva? o, al contrari, ¿com un fenomen de naturalesa històrica i antropològica?

L'any 1993, sota el predomini del paradigma constructivista clàssic, Nunes defensava que es tractava d'un fenomen l'estudi del qual s'havia d'abordar amb l'anàlisi

el seminari «La cultura matemàtica de les persones», en el marc del conveni de col·laboració firmat per l'HISSI de la UAB i la Facultat de Psicologia i Ciències de l'Educació i de l'Esport Blanquerna de la URL.

dels processos psicològics individuals relacionats amb l'aprenentatge i la utilització de les matemàtiques en contextos socioculturals específics. L'èxit de les matemàtiques apreses al carrer plantejava, segons el seu parer, qüestions psicològiques sobre la relació entre la cultura i la cognició, que aquesta autora interpretava com un problema relatiu al paper que tenen els instruments culturals en la cognició matemàtica.

Al contrari, a la mateixa època, D'Ambrosio proposa que aquesta bretxa és un fenomen sociogenètic l'estudi del qual s'ha d'abordar amb l'anàlisi històrica i antropològica de les matemàtiques en diferents grups socioculturals per comprendre les relacions entre els ordres sociopolític i d'aprenentatge individual. Per comprendre l'èxit de la matemàtica apresa en el si de comunitats indígenes fora de l'escola i el fracàs de l'aprenentatge escolar, opina D'Ambrosio, hauríem de comprendre com els grups atribueixen valors socials a certes formes matemàtiques mitjançant la seva «transmissió» i la seva «apropiació».

Podem considerar que els estudis sobre contextos i contextualització[2] se situen en la proposta de Nunes; estudien els processos psicològics individuals que poden estar interessats en l'aprenentatge de les matemàtiques i consideren, també, que els coneixements es construeixen utilitzant-los en contextos reals. Aporten una idea nova que ha anat prenent cada vegada més importància: el significat d'un objecte matemàtic no és un sistema de conceptes sinó el sistema de pràctiques que una persona fa amb aquest objecte (Font, 2000). Ens interessa subratllar la hipòtesi de treball d'aquesta línia d'investigació: l'aprenentatge de les matemàtiques s'ha d'estudiar com l'adquisició d'un sistema de pràctiques respecte del camp d'experiència que abasta l'objecte matemàtic.

La substitució del paradigma constructivista per un altre de caràcter socioconstructivista ha fet considerar que el procés d'adquisició d'aquest sistema de pràctiques no és un fenomen de psicologia individual sinó de psicologia social i, per tant, de naturalesa sociogenètica. El gir cap a un paradigma socioconstructivista té tres conseqüències importants.

— La primera és que transforma la comprensió filosòfica de les matemàtiques (Ernest, 1998), ja que introdueix perspectives sociològiques (Restivo, 1999) en l'explicació de la naturalesa d'uns coneixements als quals sempre s'havien assignat característiques platòniques, alienades i fetitxistes (en les seves pròpies paraules), com xarxes de trobades locals intergeneracionals. El pensament matemàtic d'una persona s'entén així com un fet constituït per una història personal situada en una xarxa de trobades socials.

— La segona té un caràcter més pràctic: la interacció social, la comunicació i la cultura de l'aula són ara els interessos fonamentals de molts dels estudis (Lerman, 1994; Steinbring *et al.*, 1998).

— Finalment, aquest gir va obrir el camp d'interessos dels investigadors cap a teories que permetessin una explicació social dels processos cognitius, com ara la psicologia cultural (Cole, 1996) o la psicologia del discurs (Kieran *et al.*, 2001; Barwell, 2003); però també la teoria de l'activitat (Engeström *et al.*, 1999) i l'interaccionisme simbòlic (Godino i Llenares, 2000).

Ernest (2004) suggereix usar la conversa com a metàfora per a les matemàtiques i l'aprenentatge. Yackel (1995) no tracta de deduir l'aprenentatge individual dels processos socials ni dels processos socials de les persones individuals; defensa la

(2) Especialment els que s'han dut a terme a l'Institut Freudhental, vegeu Gravemeijer, 1994; De Lange, 1996.

idea que els alumnes desenvolupen els seus coneixements matemàtics personals participant en la negociació contínua del sistema matemàtic de la seva aula. Herbst (2000) explica l'articulació i l'estructuració de les concepcions a la classe de matemàtiques estudiant la relació entre els arguments i el coneixement públic de l'aula.

D'aquesta manera es van configurant els conceptes d'emergència, constructivisme i perspectiva sociocultural com a instruments clau per estudiar els processos escolars d'educació matemàtica (Cobb i Yackel, 1996) i l'interès per les dimensions reflexives dels discursos matemàtics (Cobb *et al.*, 1997). Totes aquestes característiques impliquen reconèixer que l'alfabetització matemàtica que té lloc a l'escola és un procés crític vinculat a l'emergència de comunitats i d'identitats.

Alhora, l'anàlisi històrica i antropològica de les matemàtiques en diferents grups socioculturals també ha anat generant una literatura extensíssima que ha aportat una quantitat ingent de dades sobre pràctiques matemàtiques idiosincràtiques pròpies d'un gran nombre de comunitats diferents, i una visió global de les matemàtiques com a sistema cultural que podríem resumir en les posicions que defensa Bishop (1991). Aquest autor defensa una idea que nosaltres creiem que pot concretar l'explicació esmentada de Restivo. Segons Bishop, les matemàtiques són un producte cultural dinàmic i ampliable, relacionat amb l'estudi sistemàtic i intencional d'un cert tipus de qüestions que han resultat problemàtiques per a totes les comunitats humanes al llarg de la història. L'aprenentatge de les matemàtiques s'hauria d'abordar com l'estudi d'un procés d'interacció social que es desenvolupa dins d'un marc de coneixements determinat, amb l'objectiu de tornar a crear i definir aquest marc.

Els processos d'estudi de les matemàtiques s'haurien de plantejar com a processos d'interacció, asimètrics, orientats intencionadament pel docent a partir de les activitats i els valors culturals de les matemàtiques, emfatitzant-les com a explicació i objectivant el nivell formal d'aquesta cultura. Però aquesta concepció de les matemàtiques com un sistema de pràctiques i de valors objectius s'ha perdut en moltes de les investigacions que hem assenyalat (Godino i Llenares, 2000), en què les matemàtiques apareixen com un camp contínuament ampliable d'invenció i de creació humana; com un procés d'enriquiment i d'aproximació al saber que sempre queda obert a la millora. En aquestes investigacions, el paper del mestre sembla que queda reduït a facilitar els processos de plantejament i resolució de problemes amb seguretat, i el currículum emergeix com un model d'exploració i seguiment autònom dels interessos propis.

Els estudis culturals, en canvi, descriuen les matemàtiques com un marc de coneixements objectiu (pràctiques, valors, conceptes, tecnologia simbòlica). El mestre es concep com una persona que té un estatus diferent en la interacció (que es defineix explícitament com a asimètrica) i el paper de la qual consisteix a modelitzar a l'aula processos d'interacció (també intergeneracionals) amb l'objectiu de tornar a crear i definir aquest marc per transmetre a l'alumnat l'herència cultural que enclouen.

Aquesta representació de les matemàtiques com a producte cultural, que és dinàmic i ampliable però que també és un marc de coneixements ja establert, assigna a les seves pràctiques un valor d'instruments culturals per comprendre el món en processos emancipadors. També il·lumina la seva transmissió com un valor en la relació íntima existent entre els processos de formació de les persones i els processos que elles usen per situar-se en el seu món.

És un fet problemàtic en la literatura científica resoldre el problema de l'emergència de la interacció i l'existència d'un marc de coneixements que es pretén transmetre amb èxit. Seegler (2004) pensa que aquestes dificultats dels científics (i dels mestres) tenen una fonamentació metafòrica. Creu que pensem creant oposicions entre els processos individuals i els socials i entre la transmissió i la construcció de coneixements, i en realitat són processos que estan interrelacionats. La manera de participar en la constitució d'una realitat social és un sistema de relacions entre elements individuals i socials. El marc de coneixements també té una dimensió normativa i està format per un procés d'interacció emergent que està orientat intencionadament pel mestre d'acord amb aquesta i que, per tant, és asimètric i transmissiu.

Un marc d'idees per pensar un procés crític d'alfabetització matemàtica

L'ésser humà orienta els seus actes cap a les coses d'acord amb el que signifiquen per a ell. El significat deriva de la interacció social. La utilització d'un significat per una persona en l'acte que du a terme implica un procés interpretatiu. Aquestes són les tres premisses bàsiques de l'interaccionisme simbòlic, com les proposava Blumer (1969).

«Els interessos del coneixement» és un concepte clau per entendre els processos d'autoconstitució de les persones; els hem d'entendre com les orientacions bàsiques que tenen les persones per comprendre el món i per col·laborar en la comunicació amb els altres. Des d'una perspectiva emancipadora, la manera com es relacionen les dimensions tècniques i les comunicatives dels sistemes socials ens permeten interpretar el seu nivell de desenvolupament. Es tracta d'analitzar la coordinació de les accions estratègiques i les comunicatives des de la perspectiva de les accions crítiques. Aquests són els conceptes clau que utilitza Habermas per vincular la teoria del coneixement amb la teoria social (Habermas, 1999).

Podem utilitzar aquestes premisses de l'Interaccionisme Simbòlic i aquests conceptes d'Habermas per pensar en l'aula com una comunitat matemàtica crítica. L'aula és una comunitat amb persones compromeses en una vida orientada a la comprensió. Aquesta vida de l'aula és un procés d'activitat contínua on l'alumnat i el mestre desenvolupen línies d'acció (matemàtiques, socials, científiques, literàries etc.) davant la infinitat de situacions que han d'afrontar, en un procés en el qual fan que les seves accions s'adaptin a les alienes.

Aquest procés consisteix a formular indicacions i a interpretar les que es formulen; es du a terme, per tant, en el llenguatge i usant la força il·locucionària pròpia dels actes de parla (Searle, 1995; Habermas, 1999). En aquest procés, les persones elaboren un significat per a les accions comunicatives matemàtiques, literàries, socials, científiques, etc. I aquest significat és el que guia els seus actes, mentre els seus actes, alhora, van creant nous significats. Per tant, el sistema de pràctiques de la col·lectivitat, ja sigui matemàtic o literari, es va formant en un procés social de designació i d'interpretació d'estratègies.

Aquest procés social, quan té lloc a l'escola, té algunes característiques particulars, perquè està format per una interacció que és asimètrica i el mestre l'orienta per transmetre sistemes de pràctiques i de valors culturals lligats (en el cas de les matemàtiques) a l'estudi sistemàtic d'un cert tipus de problemes. Les pràctiques matemàtiques d'una aula fan referència a les accions que les persones hi duen a terme en el tracte pragmàtic amb un món objectiu, que suposen que és objectiu i independent, i en el tracte interactiu amb els membres d'un món social, que tots pressuposen que és comú. Per tant, aquest sistema de pràctiques sorgeix d'una elaboració discursiva d'experiències (Habermas) i és un fet institucional constituït en el procés mateix d'aprenentatge.

El sistema de pràctiques matemàtiques d'una aula està vinculat al marc de sentit que aquesta aula té per als participants i depèn del llenguatge. Amb això volem dir que el llenguatge és «constitutiu» de la seva ontologia (Searle) i que la seva naturalesa d'universals pragmàtics depèn de la possibilitat que tinguin les persones que interactuen a l'aula de revisar el seu saber lingüístic (Habermas). Les accions en què participen els mestres i l'alumnat a l'aula tenen la forma d'un procés d'interacció discursiva (Van Dijk), en el qual s'utilitza per a la col·laboració (millor que coordinació) la força elocutiva pròpia dels actes de parla (Habermas). Els sistemes de pràctiques matemàtiques d'una aula estan produïts per operacions autoreferencials dels participants, la racionalitat dels quals no es pot restringir a les operacions argumentat de la raó perquè també inclou emocions, interessos, prejudicis, creences i experiències (Gadamer, 1975).

Condicions crítiques de l'aula per a l'alfabetització

Per tal de desencadenar un procés d'alfabetització, el marc de significat de l'aula ha d'orientar les pràctiques matemàtiques cap a la visibilitat, la naturalitat, l'eficàcia, les creences constructives i cap a una funcionalitat vinculada a la comprensió de les coses. Per això, el mestre ha de crear un marc social a l'aula capaç de contextualitzar una racionalitat comunicativa en la seva història particular d'accions i de discursos i en un patró dels processos d'interacció. Boero (1999) proposa:

1. S'ha de manifestar la racionalitat dels alumnes en l'aprenentatge i la del mestre en l'ensenyament, en accions conduïdes segons pretensions pròpies de validesa.
2. Aquesta validesa vol dir donar compte als altres i a un mateix de les accions i justificar-les en relació amb el seu objectiu.
3. El món de la vida de l'aula (una característica crítica fonamental) ha de tenir unes característiques determinades:
   - Una estructura exigent que impliqui l'esfera del pensament, de l'actuació i de la comunicació en una dimensió reflexiva.
   - No hi ha d'haver límits en les formes argumentals implicades en la comunicació i en el pensament en situacions de dissens. L'únic límit hauria de ser l'adhesió a criteris de coherència.
   - La referència clau dels processos reflexius ha de ser el subjecte que fa, coneix i actua.
   - S'ha d'abordar amb reflexivitat el problema de la transmissió cultural.
   - El mestre ha de donar una gran importància a la dimensió pragmàtica en la gestió dels processos didàctics.

Veurem tot seguit un exemple d'aula de quart de primària. Mostrarem la contextualització d'una racionalitat de naturalesa comunicativa que es realitza sense perdre el procés didàctic orientat a la transmissió. Fixem-nos en el fet que la idealització crítica dels processos d'alfabetització matemàtica no es redueix a situar-los en aquest marc de racionalitat comunicativa. Les matemàtiques se situen, al seu torn, en contextos més amplis, vinculats a propòsits col·lectius, orientats a la comprensió de les coses, fet que els assigna una funció d'instruments públics per comprendre. Aquesta naturalesa funcional no s'oposa al fet que siguin considerades també objectes de saber, perquè el procés comunicatiu és de naturalesa reflexiva. Finalment, notem que aquests processos també tenen un alt nivell d'organització matemàtica.

Un procés didàctic: «Com somniem, els nens de l'escola?»

Els nens i nenes de 4t de primària del col·legi públic d'Antzuola volien estudiar algunes coses sobre els somnis, com per exemple: tots somiem? quin tipus de somnis tenim? quins somnis ens fan por? Per això van compartir el que somiaven, van observar la manera com els artistes s'aprofitaven dels somnis per crear i van estudiar el cervell, entre altres aspectes.

Per comprendre i respondre aquestes preguntes, la mestra pensa com pot generar i afermar processos matemàtics complexos que ensenyin els nens a participar en una conversa cultural que s'enriqueixi amb aquest sistema de pràctiques. Busca a Internet o en llibres especialitzats, analitza la informació disponible i es fixa en les diverses maneres en què les pràctiques matemàtiques apareixen sostenint-ne la racionalitat. Busca, per tant, a l'entorn cultural les respostes que ja hi ha a les preguntes que es fan els nens i estudia la funció que hi tenen les pràctiques matemàtiques.

Es troba amb textos en què les respostes són categòriques, com ara «tots somiem», o informacions que són el resultat d'investigacions fetes per especialistes. Aquestes segones són molt interessants, ja que en el comportament dels experts es defineix l'objectiu de la investigació (volem saber), hi apareix l'acció que provoca (per saber, l'expert investiga), es concreta com es du a terme (a qui pregunta, com compta les dades) i hi apareixen els textos utilitzats per recollir-hi els resultats, interpretar-los o difondre'ls.

Aquest món de racionalitat de l'expert és el que li interessa: la manera d'orientar-se en les pràctiques racionals, que involucra una manera d'orientar-se en el fer, en l'emocionar i en el viure, i que pot representar per als nens una oportunitat de créixer ells mateixos en el seu fer i el seu emocionar, si la seva racionalitat de persones de nou anys pot interaccionar dialògicament amb la racionalitat dels científics. Per aconseguir-ho la mestra haurà de contextualitzar un món discursiu a l'aula que sigui polifònic i que es fonamenti en el llenguatge, a més de situar les pràctiques matemàtiques i orientar-les cap a les respostes racionals buscades.

Tot comença amb la presentació d'un text trobat a Internet:

> «L'any 1920, el doctor Kimmins va dur a terme un estudi impressionant. Va reunir i va estudiar els somnis de milers de nens, i va trobar que el 25% de tots els somnis eren malsons i que a gairebé tots allò que produïa terror al nen era la imatge d'un ancià».

Els nens ja estan acostumats a la tasca d'interpretar textos d'altres persones, que sovint ocupen un lloc a l'aula més ampli que el de la seva literatura. Se situen a la seva època, es personifiquen en fotografies, si és possible, o amb detalls de la seva vida quotidiana i de les seves preocupacions. En el cas del doctor Kimmins, aquest personatge només apareixerà com a autor d'un text que els preocuparà i ocuparà intensament.

Tot el procés que veurem té el sentit global únic d'una pràctica crítica amb aquest text, que comença en el moment reflectit a la imatge 1 i que acaba en el moment reflectit a la imatge 10, quan els nens escriuen el seu text col·lectiu en una relació intertextual amb Kimmins i el presenten en una sessió pública a les famílies. Aquest procés didàctic –finalista, ho recordem– té, per tant, una forma global de pràctica crítica en la qual els nens busquen l'esbós de resposta que hi ha en el text que presenta la mestra, i elaboren ells un altre text que imita la racionalitat amb què l'autor del primer va escriure el seu.

Però si el mirem des d'una escala temporal més petita, diferenciant en aquesta gran pràctica alguns dels moments narratius fonamentals, és fàcil veure que aquesta pràctica global és, en realitat, un sistema de pràctiques crítiques interrelacionades, que tenen una arquitectura formada per accions i per discursos. Creiem que aquest sistema de pràctiques és el responsable del sentit intertextual que pren el text final dels nens en relació amb el text de Kimmins. Per tant, és el que fonamenta el sentit de procés dialògic entre la racionalitat dels aprenents i la del científic. Hem seleccionat alguns moments clau d'aquest procés i n'analitzarem la naturalesa dialògica i crítica.

El primer contacte amb el text

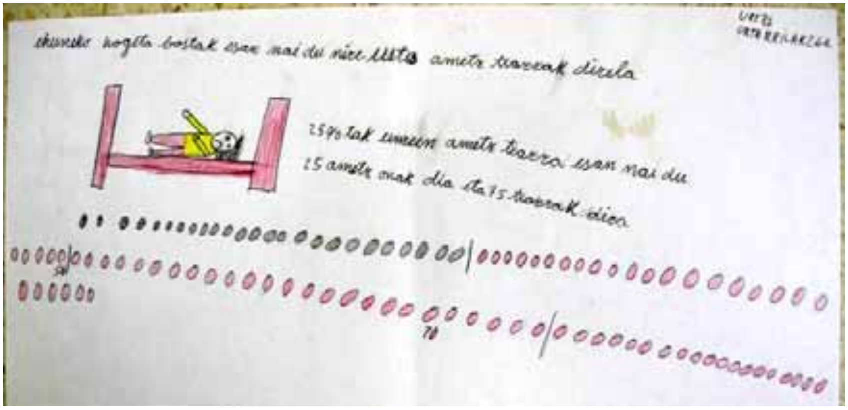
La imatge 1 reflecteix aquest primer moment, format per quatre fases.

Imatge 1. «Què vol dir l'expressió "el 25% de tots els somnis eren malsons"?»

1. Lectura col·lectiva del text aportat pels mestres.

«En el año 1920, el doctor Kimmins llevó a cabo un estudio impresionante. Reunió y estudió los sueños de miles de niños, encontrando que el 25% de todos los sueños eran pesadillas y, en casi todas ellas, lo que producía terror al niño era la imagen de un anciano».

2. La mestra demana als nens que representin amb dibuixos què vol dir Kimmins amb la frase: «el 25% de tots els nens tenen malsons».



3. La mestra presenta un resum amb els comentaris sorgits a classe quan mostrava els dibuixos d'alguns nens i preguntava a tots què creien que pensava l'autor de cada dibuix.

Lo que explicamos

Trata de explicar que el doctor hizo una investigación para saber de qué se asustaban los niños cuando soñaban.
Unos pensamos que:

Que son sueños de una persona

De 100 sueños que tiene 25 malos y 75 buenos	100 sueños son buenos y 75 son malos

Que son sueños de 100 niños

25 niños malos sueños y 75 buenos	75 niños malos sueños y 25 buenos

Que el signo %: Aparece cuando explican cómo es una cuesta. En las rebajas. Aparece también en la ropa. En los ordenadores.
Que el 25% es un cuarto de cien.
Que quiere decir en general que tenían más sueños buenos que malos.
Recursos que hemos utilizado para explicar: Dibujos y representaciones. Escritura

4. Recollim, del diari de la mestra, les conclusions a les quals va arribar el grup en llegir conjuntament el resum.

«Tenemos: "ideas diferentes" sobre lo que quiere decir en nuestro caso; y "otras situaciones diferentes" en las que se aplica esta manera para dar información. Pensamos que si descubrimos lo que quiere decir en otras aplicaciones podremos aplicarlo a nuestro caso».

Aquest primer moment d'una pràctica global està format per diferents pràctiques crítiques amb textos. En primer lloc, la mestra demana que s'usi un codi diferent de l'utilitzat per Kimmins per explicar la mateixa dada; escull el dibuix perquè pensa que serà «transparent» per observar les representacions dels nens. Efectivament, sorgeixen diferents interpretacions de les quals hem assenyalat dues: en el primer dibuix un nen creu que de cada 100 nens (que ell dibuixa), 25 tenen malsons; el segon dibuix representa un nen somiant 100 somnis i 25 d'aquests estan marcats com a malsons.

La mestra suposa que hi ha racionalitat en tots els seus alumnes. Aquesta presumpció té un paper clau en aquest moment i en tots els de després. Per això, quan mostra els dibuixos, pregunta als nens per la racionalitat: «Què ha pensat l'autor d'aquest dibuix?».

La devolució que la mestra escriu de la conversa manté aquesta presumpció de racionalitat. Tots els nens han pensat que és una investigació per saber; i es mostra també, com a propietat objectiva de l'aula, que hi ha quatre maneres diferents d'interpretar el «25% de tots els somnis». Durant la conversa els nens han anat derivant a temes col·laterals (on han vist abans nombres d'aquest tipus, per exemple) que estan relacionats amb el percentatge que usa el científic; aquests temes també sorgeixen en el resum –acceptant el risc que es pugui perdre el fil de la investigació–; hi apareixen també algunes afirmacions sobre el sentit numèric del percentatge: una que el relaciona amb una mesura exacta i una altra que el concep com una interpretació estimativa. La mestra acaba recollint per escrit els recursos que han fet servir per explicar-se.

La presència d'aquest text ja és important en si mateixa. Col·locar en un paper el nostre pensament ens permet tornar-hi a pensar. És un procés de publicitat d'una cosa que abans havia aparegut com a privada, i permet als nens situar la seva consciència en relació amb un espai públic de coneixements que, per ara, mostren el dissens de l'aula... i la seva existència. Els permet tornar a pensar en la conversa, «veure-la» en conjunt, convertir-se en observadors del seu propi procés dialògic, etc., amb la intenció d'aprofundir en la seva naturalesa dialògica sense buscar dreceres per trobar la resposta convenient.

Això és el que ha hagut de fer la mestra i el que queda reflectit en el resum de la conversa que provoca la interpretació d'aquest text. El concepte de «diferència» és clau: idees diferents sobre el significat de la proporció, situacions diferents en les quals apareix aquest sistema numèric. Una conjectura es convertirà en un nou propòsit per orientar noves pràctiques: «Potser descobrir el que significa el percentatge en un context més familiar els podrà servir per entendre el doctor Kimmins». I allò que primer havia aparegut com un tema col·lateral es converteix en el tema central del segon moment.

Els percentatges en altres contextos

Convé destacar la vinculació argumentativa d'uns moments amb els altres. Un primer propòsit, entendre el text de Kimmins, posa en marxa accions orientades des d'aquest text. Les dificultats que tenen els alumnes generen nous propòsits amb què s'orientaran les noves accions. Aquesta vinculació està protegida per la mestra per tal que les pràctiques tinguin una naturalesa narrativa i puguin ser interpretades, fins i tot pels propis actors, com un entramat d'accions i de discursos. La imatge 2 mostra en essència el que va passar en aquest segon moment.

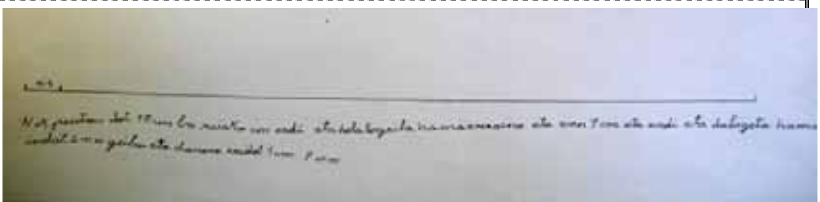
Dels contextos familiars en què apareixen els percentatges, el més pròxim són les etiquetes dels jerseis dels nens. Allà hi apareixen aquests nombres per explicar-ne la composició. Vegem què es va fer per entendre el que significaven:

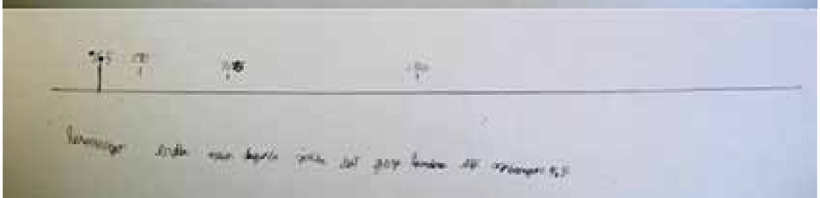
Imatge 2. «Què vol dir l'expressió "el 25% de tots els somnis eren malsons"?»

1. Parlar a partir del que cada un trobava a l'etiqueta del seu jersei.

«en las ropas aparece para decir si tiene algodón o no... a veces pone 100% algodón y eso quiere decir que es todo de algodón»; «que si pone 50% quiere decir que la mitad es poliéster y la mitad algodón... en la etiqueta que tiene mi yérsey pone que es 80% de algodón» «en el mío pone el 5%»

2. Fer conjectures sobre la posició que ocuparia el 5% en una recta que representés el 100%: «*¿Dónde está el 5%?*»





3. Conversar sobre les diferents idees d'alguns nens per controlar aquesta posició, dictar-les a la mestra i aquesta resumir-ho tot a la pissarra: «*Vamos a fijarnos si son iguales o diferentes; ¿Es casualidad que la señal esté donde está? ¿Qué habrá pensado para decidir dónde colocarlo?*».

— *Todos hemos pensado que la señal no puede estar en cualquier sitio de la línea.*
— *Unos han decidido ponerlo "a ojo" pero teniendo en cuenta que una parte tiene que ser mucho más pequeña que la otra.*
— *Otros han utilizado sistemas diferentes para decidir:*
  - *Viendo cuántas veces entra el 5 en 100 y luego repartir la recta en 20 partes*
  - *Viendo la proporción en la recta 100 mm/5 mm (o 10cm / medio cm)*
  - *Haciendo parte, primero la mitad, luego otra vez la mitad, etc., y de esta idea se nos ha ocurrido que podemos hacer también partes diferentes, por ejemplo de 25% para que salga 5% podemos hacer 5 partes.*

4. Es va fer un mural amb una recta que representava el 100% i s'hi va situar el percentatge de cotó dels jerseis de cada nen usant algunes de les tècniques esmentades. Això es va fer en grups petits per poder negociar l'estratègia: «*ya que tenemos "una manera de ver" podemos visualizar en la recta todos los porcentajes de algodón que tienen las prendas que llevan en ese momento.*»

Trobem un cop més diverses pràctiques crítiques de lectura i escriptura formades per un entramat de discursos i accions. Aquest fenomen comença a aparèixer, per tant, com un patró dinàmic, una línia d'acció, dels processos didàctics d'aquesta mestra.

La conversa inicial és bastant caòtica perquè, un cop descoberts els percentatges particulars i la capacitat per descriure el teixit del jersei de cadascun, els nens s'emocionen i cada un vol parlar del seu. La mestra conté el diàleg i hi dóna la forma d'un sistema de comunicació: proposa als nens que usin un altre codi per interpretar el significat dels percentatges; els demana que situïn el 5% en una recta. Ho fa perquè els nens ja han parlat de les barres que surten als ordinadors i de com canvien a mesura que va augmentat el percentatge del programa que descarreguen.

La mestra sap que la tasca de controlar la posició d'un nombre en una recta és un problema fecund per generar el diàleg entre els nens, tal com ocorre. Sota la visualització que cada nen fa del 5% hi ha l'argument del seu sentit numèric. És així com apareix a la conversa quan la mestra demana que, davant de la imatge generada per cada grup, conversin sobre determinats temes: són iguals? és casualitat el lloc en què han situat el 5%? què han pensat en fer-ho? Com podem veure en el text que acaben escrivint a la pissarra, de la conversa sorgeixen les estratègies de les accions que han usat per controlar-ne la posició i els arguments sobre el sentit d'aquest nombre.

Una altra vegada observem amb claredat la presumpció de racionalitat per a tots: «Tots hem pensat que el senyal no podia ser a qualsevol lloc». Per això la mestra pregunta si és una casualitat el lloc en què han situat el nombre, i proposa parlar de les estratègies i els arguments de cada grup. Des d'un «posar-lo a ull», estratègia amb què alguns nens expressen el seu argument sobre la mesura estimativa del nombre, fins a altres estratègies particulars per controlar-ne la posició, com ara mesurar amb el regle o fer alguna operació: restar, sumar o dividir i fer conjectures sobre algunes relacions de partició.

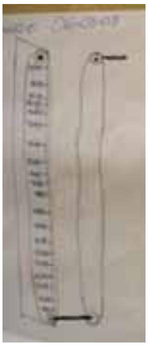
Aquest moment acaba amb l'elaboració d'un text col·lectiu en el qual es pugui interpretar l'argument sobre la mesura que representa el percentatge de cada jersei. Encara hauríem d'assenyalar un altre detall interessant: la mestra ha escollit un percentatge determinat per al treball: el 5%. Un percentatge senzill per les seves relacions amb el 100%, però no tan simples com les del 25% o del 50%, les relacions dels quals de meitat i quarta part ella ja sap que alguns nens controlen amb seguretat. En realitat la mestra no busca que els nens operin des del principi amb tots els percentatges, sinó que aprenguin a utilitzar-ne alguns de bàsics com a punt de referència per pensar en la resta. Aquesta idea de crear un sistema dens de relacions bàsiques entre els percentatges, usant-ne alguns com a punt de referència per orientar-se, apareixerà d'una manera més clara més endavant.

Tercer moment: fer un model dinàmic per representar els percentatges

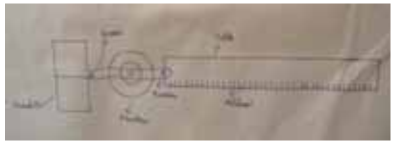
La mestra sap que la representació que han elaborat els nens és un model estructural que els permet experimentar visualment amb la posició de cada percentatge i embastar els arguments de cada un sobre el valor que representen com a mesura. Per excriptar la informació que aquests nombres guarden a les etiquetes ha buscat la manera que els nens l'haguessin d'encriptar en un altre text canviant de codi, i ha utilitzat la recta i les operacions geomètriques que aquesta requereix perquè ja en coneix l'interès en les pràctiques matemàtiques que pretén transmetre als seus alumnes. Però també sap que és un model estàtic de nombres i té interès que els nens puguin imaginar els nombres com a quantitats que flueixen i que es fan més grans o més petites, com veuen en els ordinadors. A la imatge 3 podem veure les pràctiques que tenen lloc a l'aula en el moment del disseny d'un aparell que pugui servir per representar qualsevol percentatge.

Imatge 3. «Podem dissenyar un aparell on es pugui veure qualsevol percentatge d'una manera senzilla?»

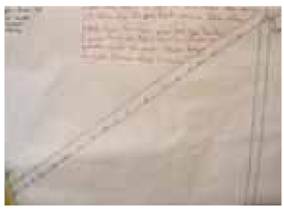
1. Planificar l'aparell que pugui servir per representar el flux dels percentatges igual com ho fa un ordinador. *«Les recuerda el sistema que usa el ordenador y la ventaja que sería disponer de un sistema parecido».*



Al girar la manivela de arriba, el indicador fijado en la cuerda se desplazaría paralela a la regla y marcaría el porcentaje que deseamos porque la regla está marcada con los porcentajes de 5 en 5.



Este grupo presenta una solución más sencilla, sería suficiente con coger una regla de metro y que cada centímetro fuera el 1 %.



Su sistema consistiría en tener 100 canicas que se desplazarían por medio de un tubo inclinado de la caja superior a la inferior, cada canica representaría un 1%.

2. Estudiar les propostes de cadascun i elaborar un disseny col·lectiu per aquest aparell, per escrit, perquè el pugui construir el mestre de tecnologia de l'escola.

En todas aparece la idea de que se vea en una regla, porque así se aprecia bien si es mucho, si es poco, si falta o no; incluso fijándose en cuánto es, podrían encargar el trabajo al profesor de tecnología de la escuela. Y así lo hacen, le comentan lo que quieren, le enseñan sus ideas, y éste se compromete a hacerles el aparato. Les construye el sistema de desplazamiento pero les pide que la ubicación de los porcentajes la hagan ellos.

3. Usar aquest aparell, passant-s'ho tan bé com puguin, i comprovar-ne l'eficàcia.

4. Preguntar als nens si aquest aparell o la recta que havien fet serveixen per entendre la investigació de Kimmins.

Todos concuerdan que el 25% se situaría en un punto, y que el espacio recorrido sería el porcentaje de pesadillas y el espacio sin recorrer sería el de los sueños agradables.

Ja fa uns quants dies que la mestra va llegir per primera vegada el text de Kimmins que ara intenten comprendre els nens. Durant aquests dies les pràctiques han estat situades en els percentatges i orientades per la necessitat d'interpretar la informació que aquests nombres aporten. Els nens n'han parlat i els han relacionat amb els que apareixen en els pendents de les carreteres, amb els dels seus jerseis o amb els de l'ordinador. Han dibuixat i n'han controlat la posició, i han dissenyat un model dinàmic que els ha permès, a més, experimentar-ne el fluir.

Han fet conjectures sobre la mesura d'aquests nombres i sobre les relacions de part i tot. Han mesurat, han operat, han argumentat...; a l'aula s'hi ha anat creant un món la vida del qual està orientada a comprendre el sentit d'aquests nombres i la informació que poden aportar en diferents contextos. Aquest món s'ha anat configurant com una arquitectura d'accions i de discursos formats en el dissens, basats en el compromís i en la comunicació, generats amb l'ús de la força il·locucionària i amb l'ús també de diferents registres (conversa, resum, text de Kimmins d'Internet).

El sentit numèric dels percentatges ha anat apareixent com una xarxa de relacions en la qual alguns han anat ocupant un lloc especial com a punts de referència. No ha passat gaire temps des que la mestra va llegir per primera vegada el text, però ja s'han compartit moltes pràctiques i s'ha anat creant, alhora, un sentit complex per al projecte col·lectiu d'entendre que té aquesta aula. El sistema dels percentatges, malgrat que sigui encara al començament des d'una perspectiva didàctica, apareix com un sistema matemàtic altament organitzat: relacions, posicions, mesura, nombres... Aquesta organització matemàtica de les pràctiques crítiques amb els percentatges és una característica en què la mestra ha posat molta atenció. El procés és, doncs, quelcom intrínsecament matemàtic i crític; didàctic i educatiu.

El càlcul que fa la dependenta de la botiga de roba

Els dubtes encara no estan tots aclarits: la relectura del text inicial ha contribuït a l'acord sobre alguns aspectes; per exemple, queda clar que quan parla del 25% dels somnis no es refereix als somnis d'un nen sinó de tots els nens; però encara persisteixen dos punts de vista: el dels que insisteixen (fins i tot basant-se en els recursos utilitzats fins ara) i recalquen que són 25 de cent somnis, és a dir que de tots els somnis n'agafem 100 i d'aquests cent només 25; i el dels que comenten que el 25% és de tots els somnis: argumenten que en els jerseis, el 50% de cotó vol dir que de cotó n'hi ha la meitat, i que per tant el 25% en representaria la quarta part.

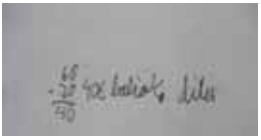
En aquest moment, la mestra proposa el context de les rebaixes i planteja la possibilitat d'investigar sobre l'ús dels percentatges a les botigues. Però abans parlen del significat del terme: saben que *rebaixar* vol dir fer descomptes; uns diuen que fer un 30% de rebaixa significa que et cobren 30 euros menys. A prop del col·legi hi ha una botiga de roba que en aquells moments fa rebaixes i, per tant, l'aparador és ple de percentatges. Què vol dir la propietària (a la qual tots coneixen pel seu nom, ja que Antzuola és petitet) amb aquests percentatges? I una pregunta nova que planteja la mestra: com els usa per decidir la quantitat que ha de cobrar?

A la imatge 4 hem resumit el que va passar quan la mestra va portar a classe una foto de l'aparador en què es veia un descompte del 20% sobre una peça que costava 60 euros i va preguntar com es podia calcular el preu real que costaria.

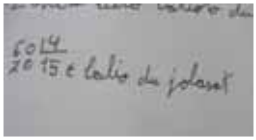
Imatge 4. «Com s'utilitza el percentatge en les rebaixes?»

1. Els nens fan conjectures sobre com es pot calcular el preu final: «*¿Cuánto nos costarán unas zapatillas de 60€ si nos hacen un descuento del 20%?*».

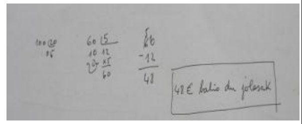
2. Es dialoga sobre algunes d'aquestes conjectures, una vegada més amb la presumpció de la seva racionalitat.



«Los que han hecho así piensan que el descuento es el de la cantidad que pone en el porcentaje»



«Han pensado que 20 es la cuarta parte de 100 y como 15 es la cuarta parte de 60, eso será lo que hay que cobrar»

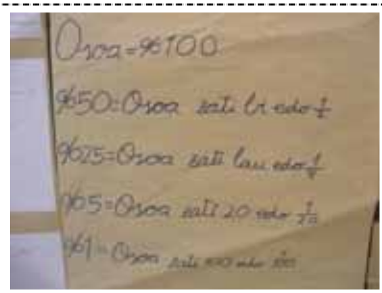


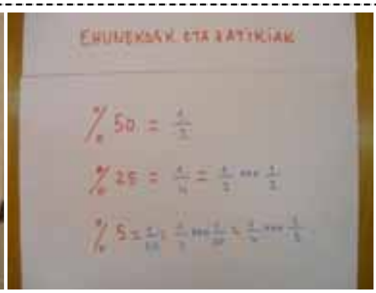
«Busca la relación que hay entre 100 y 20 y aplica la misma relación a 60, descontando el resultado al precio inicial»

3. Seguint el fil de la conversa es comencen a conjecturar i comprovar relacions entre diferents sistemes numèrics: els nombres naturals, les fraccions i els percentatges. La mestra anima a escriure en forma de taula aquestes relacions per poder estudiar-les.

«cómo han entendido las fracciones, cómo han sacado la conclusión de que no solo existe la mitad o la cuarta parte, y ello gracias a que unos han entendido como cuarta parte y otras como quinta parte la misma idea, estas últimas explican que el nombre está relacionado con la cantidad de partes que se hacen (tercera parte, sexta parte,...)»

4. Després de fer una primera taula a la pissarra, els nens fan taules que, tal com es podia esperar, són diferents les unes de les altres: aquestes diferències donen peu a la comparació i a estudiar si expressen les mateixes relacions, escrites de maneres diferents, o bé si algunes taules afegeixen noves relacions.



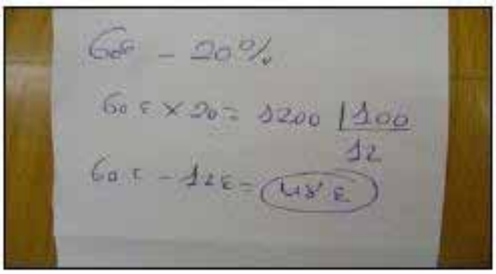


En el pas 2 podem veure les tres propostes que surten, explicades de diferents maneres, de les conjectures dels nens a l'hora de calcular el preu de la peça. A la primera els nens proposen restar 20 de 60. A la segona proposen dividir 60 entre 4 (perquè s'imaginen que 20 cap 4 vegades en 100) i interpreten el resultat de la divisió com el preu final. A la tercera divideixen 60 entre 5 (perquè interpreten que 20 cap cinc vegades en 60) i resten a 60 el resultat d'aquesta divisió.

La mestra explica així el que ha passat: «Novament ens trobem davant de necessitats reals que sorgeixen de la diversitat d'opinions, de la comunicació i de la importància que la racionalitat té en aquesta aula. D'una banda, ens planteja la necessitat real de comprendre'ns; el desig d'entendre fa que allò que s'ha pensat en aquests càlculs es matisi; per exemple, com han entès les fraccions, com han arribat a la conclusió que no tan sols existeix la meitat o la quarta part; i això gràcies al fet que uns han entès com a quarta part i d'altres com a cinquena part el mateix nombre; aquests últims expliquen que el nom de la fracció està relacionat amb la quantitat de parts que es fan (tercera part, sisena part...). D'altra banda, la necessitat de verificació ens traslladarà a la realitat, on la seva significació pren un sentit cultural, l'usen les persones per entendre's en una relació de compravenda».

Per això la mestra els proposa la possibilitat d'anar en una botiga on s'apliqui aquest concepte matemàtic. Allà la dependenta els explica que fa servir les rebaixes per poder vendre més a final de temporada, perquè la gent s'animi a comprar els productes. També els explica que no és el mateix el 20% que el 20% d'una quantitat; per exemple, el 20% de 300 euros vol dir que de cada 100 cal descomptar-ne 20, és a dir, que a 300 euros cal descomptar-ne 60, i que ella quan calcula per vendre fa determinades operacions, i els les escriu en un paper (imatge 5).

Imatge 5



Quan analitzen a classe les operacions de la dependenta comenten que no les entenen, cosa que du la mestra a preguntar als nens si poden trobar una manera de calcular el percentatge d'una quantitat. Entre tots, i amb la pissarra com a instrument per comunicar-se i buscar acords, van definint els percentatges que serien fàcils de calcular i els que serien més difícils, i van confeccionant en un supòsit aquests percentatges.

Comencen a aparèixer algunes relacions que a classe es tracten com a constants, relacions que es poden usar per pensar en percentatges més difícils. Són punts de referència nous que estan formats per relacions constants entre diferents sistemes numèrics: si és 50%, cal dividir entre dos perquè és la meitat. Amb aquestes converses la visió d'aquestes organitzacions es va fent cada vegada més complexa i inclou equivalències entre diferents expressions numèriques: el 25%, uns diuen que és la meitat de la meitat o que és la quarta part, o que el 5% és 1/20, que és 1/2 d'1/10 i 1/4 d'1/5!!!!

També estableixen relacions constants entre aquests nombres i les operacions amb els nombres naturals («dividir entre quatre» o «dividir entre dos i després entre dos» o «dividir entre dos i després entre deu»). D'aquesta manera es van introduint noves explicacions i es va reajustant el quadre fins que es converteix en un text que dóna a entendre una visió diferent dels percentatges del que expressava la recta numèrica i el model que havien construït. Aquesta vegada el percentatge s'expressa com una constant entre sistemes numèrics que inclou una seqüència d'operacions. I la pregunta que va aparèixer el primer dia, quan van llegir el text de Kimmins, per fi té una resposta: el que volia dir és que la quarta part de les persones a qui havia preguntat tenien malsons.

És important observar les fraccions i els percentatges que s'estan utilitzant. Es tracta de nombres senzills que, en realitat, estan prenent l'estatus de punts de referència bàsics per pensar en qualsevol altre. Aquests nombres i les seves relacions. Es tracta d'unes pràctiques amb percentatges senzills en els quals hi ha relacionats fraccions senzilles amb operacions simples i nombres naturals també senzills. Però tots aquests nombres i operacions estan altament organitzats per un entramat ampli de relacions i d'equivalències entre relacions.

Una vegada més els processos crítics d'aquesta aula es tornen a mostrar com a sistemes de pràctiques matemàtiques fonamentades en elements bàsics, altament organitzats. La taula és un text especialment indicat per parlar de relacions, perquè permet a cada subjecte controlar el que ell pensa i, alhora, permet també que cada subjecte s'asseguri que els altres entendran exactament allò que ell afirma. Els nens usen aquesta estructura textual com a conseqüència del paper que té la força il·locucionària en situacions de dissens en aquesta classe.

Podríem calcular qualsevol percentatge!

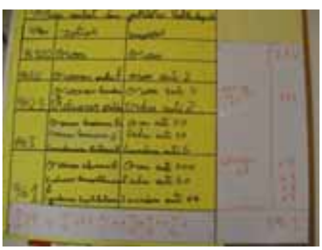
Ens podrien servir aquestes constants per enfrontar-nos a qualsevol càlcul? Com les hauríem d'utilitzar? En realitat és un tema col·lateral en relació amb la investigació que estan fent els nens. Però la mestra atén els temes col·laterals perquè sap que serveixen per situar el tema central del procés dialògic. A més, el procés és, per ella, un procés didàctic amb què pretén que els nens adquireixin pràctiques matemàtiques, i aquesta pregunta li interessa. Però els nens no poden fer aquesta generalització de les relacions que han anat descobrint com si es tractés d'un tema totalment aliè al que els ocupa. La vinculació narrativa dels propòsits és crucial i la mestra hi intervé d'aquesta manera: «Us heu adonat que per saber el percentatge de qualsevol quantitat aquesta taula podria ser com una calculadora? Se m'acut que si poséssim aquest quadre sobre una taula i als marges el percentatge que volem calcular, i la quantitat de la qual el volem saber, com hem fet en aquests casos anteriors però de manera que es pogués esborrar, per exemple amb pissarra de *vileda*, aquesta taula serviria per a qualsevol cas. Em comprometo a preparar-vos per demà la taula amb la pissarra blanca». La imatge 6 recull el que va passar en aquest moment:

Imatge 6. «Podem calcular tots els percentatges!»

1. Taula amb les propostes de tres nens diferents (cadascuna amb el seu nom). La mestra els proposa preparar-la per poder calcular-hi qualsevol percentatge.

«¿os habéis dado cuenta que esta tabla podría ser como una calculadora para saber el porcentaje de cualquier cantidad? Se me ocurre que si pusiéramos este cuadro sobre una tabla y en los márgenes el porcentaje que queremos calcular y la cantidad de la que queremos saber, como hemos hecho en estos casos anteriores, pero de tal manera que se pueda borrar, por ejemplo con pizarra blanca, serviría para cualquier caso. Me comprometo a preparar para mañana la tabla con la pizarra blanca»

2. Dos nens ensenyen la taula preparada per la mestra. Té una zona en què els nens hi han escrit les relacions i una altra zona en blanc que es pot usar per escriure-hi i després esborrar. A sota hi ha la mateixa taula després d'haver-la usat per calcular el 29% de 684. S'hi veu la descomposició que han fet del 29%=25%+1%+1%+1%+1%. A la dreta hi ha els altres càlculs. A la fila en què hi ha situat el 20% a la seva taula hi ha el càlcul (dividint) del 20% de 684. A sota (a la fila de l'1%) els quatre càlculs de l'1%. Finalment, a baix, a la dreta, el resultat final dels càlculs parcials. Construït l'instrument sembla clara la consciència que podria servir per a qualsevol càlcul. La mestra els demana que redactin entre tots les instruccions per usar-lo (text en basc al costat de la taula).



INSTRUCCIONES
Primero tenemos que saber cuánto es el 100 % y ponerlo en el cuadro correspondiente. Después tenemos que saber cuánto es el 50 % y para eso dividiremos el número por 2 y el resultado lo colocaremos en el cuadro correspondiente.
El siguiente paso será dividir entre 4 el número, o la mitad dividirla entre 2 y así sabremos cuanto es el 25% y lo colocaremos en el cuadro correspondiente.
Luego dividiremos el número entre 20 para saber cuánto es el 5 % o lo que es lo mismo la mitad dividida entre 10 o, un cuarto dividido entre 5 y el resultado lo colocaremos en el cuadro correspondiente.
Para terminar dividiremos el número entre 100 y así sabremos cuanto es el 1%.
Una vez hecho todo esto cogeremos el porcentaje que queremos saber y vemos qué porcentajes de los que hemos sacado tiene o nos hacen falta, hacemos la suma de todos y así sabemos el porcentaje que necesitamos

3. També han fet servir la calculadora per fer els mateixos càlculs. Però això no té gaire èxit perquè els nens no poden controlar el procés, pas a pas, de les relacions numèriques que tenen lloc durant l'operació. En canvi, això és el que poden fer amb la seva taula.

Un cop resolta aquesta investigació, i ja havent comprès què volia dir Kimmins, la mestra reprèn les preguntes inicials, que tenien recollides en un cartell públic redactat el primer dia. Reflexionen sobre «a quina d'aquestes preguntes hem contestat i com». Els nens i les nenes es miren en la investigació de Kimmins i relacionen la informació que hi ha en el text sobre els malsons amb els relats que ells mateixos han escrit sobre els seus somnis i malsons en un altre context. Suggereixen que han contestat a les preguntes d'una manera parcial: tenen les dades de Kimmins sobre nens que són molt lluny, tant en distància com en temps (als Estats Units, el 1920), però saben poc sobre com somia la gent del seu voltant. Volen saber si els seus somnis són normals, iguals o diferents dels d'altres (aquest *d'altres* ara és el col·lectiu format pels nens dels Estats Units d'Amèrica).

Som una altra vegada davant d'un nou propòsit que apareix per la confluència de dos aspectes: un, el desig inicial dels nens de saber què somia la gent; i un altre, el diàleg amb una persona de molta saviesa (el doctor i investigador autor de la investigació). Sorgeix així el desig de convertir-se, igual que Kimmins, en investigadors, i d'orientar el seu comportament com ell, és a dir, fer preguntes per treure'n conclusions. Per tant, pensen sobre la possible investigació i conclouen que han de decidir a qui preguntaran i què li preguntaran.

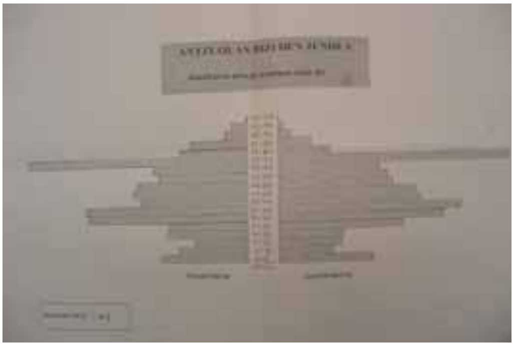
Descobrir les variables que els adults usen per descriure una població

El moment següent que hem seleccionat en el procés dialògic i crític és el de les pràctiques i els arguments usats per decidir què preguntarien i a qui. A la primera pregunta, els nens van respondre sense pensar: uns, que s'havia de preguntar als grans; uns altres, als nens; uns altres, als pares, o d'altres opinaven que a la gent del carrer. La mestra es va adonar de seguida que els nens no estaven optant per una mostra ni tan sols intuïtivament: no s'havien plantejat la qüestió reflexiva del fet que la població del seu poble estava formada per persones de diferents característiques que, al seu torn, formaven col·lectivitats diferents i que es tractava de triar-ne una.

Així doncs, la seva primera feina va consistir a ajudar els nens perquè poguessin mirar les persones del seu poble com un col·lectiu format per poblacions diferents, i que tenien propietats diferents. Sobre la base d'aquesta consciència i amb la previsió de la dificultat del treball de camp, els nens havien d'escollir la població de la investigació. A la imatge 7 podem observar com va ser aquest procés:

Imatge 7. «A qui anem a preguntar?»

1. Van anar a l'Ajuntament a demanar informació sobre les persones del poble.



2. Van interpretar la informació del gràfic i van intentar comprendre com l'Ajuntament pensava que eren les persones del poble.

Nos explica que, como a cada persona le corresponde 1mm, ha medido las longitudes horizontales y deduce el número de personas de cada clase de edad y el total.

3. Van decidir l'objectiu de la investigació : «*Conocer lo que les ocurre en relación a los sueños a los niños y niñas de Antzuola de 3 hasta 12 años*».

4. Van decidir les preguntes que farien.

Nombre

Chico o chica

¿De dónde eres?

¿Dónde vives?

¿Qué tipos de sueños sueles tener?

¿Cuándo te despiertas recuerdas el sueño?

¿Te despiertas con los sueños?

¿Se cumplen tus sueños?

¿Sueñas despierta?

¿Pasas mal con las pesadillas?

¿Te gusta soñar?

¿Qué haces cuando tienes pesadillas?

5. Van decidir la manera com recollirien les opinions: «*Para recoger la información destinarán una hoja a cada persona*».

La mestra va avisar el personal de l'Ajuntament d'Antzuola, a Guipúscoa, que hi aniria amb els nens i que necessitava informació demogràfica en forma de piràmides d'edat. Com que l'Ajuntament no en disposava, la mestra va haver de buscar-les a Internet i passar-les a un funcionari prèviament, per tal que els seus alumnes les trobessin allà. La mestra considerava que era molt més interessant per als seus alumnes rebre informació detallada de la institució pertinent, amb els recursos pertinents, que no pas rebre dades numèriques en altres formats i a classe. La piràmide ofereix informació sobre les persones tenint en compte el sexe i l'edat (en intervals de cinc anys) i també és un recurs cultural propi d'aquesta pràctica explicativa i d'aquesta disciplina del saber.

La piràmide és un text complex, però en la literatura sobre didàctica de les matemàtiques hi ha molts detalls sobre les capacitats dels nens per llegir-lo i comprendre'l en part. D'aquesta manera apareixen les primeres conclusions dels nens sobre la composició demogràfica, qualitativa i quantitativa, de la població d'Antzuola.

Una vegada més la mestra els demana que escriguin un text canviant de codi, i que expliquin als altres la informació de la piràmide de l'Ajuntament. Com sempre, se suposa la racionalitat de tots i s'estudien els textos de diferents nens, intentant comprendre'n la intencionalitat, i es van fent una idea més clara de la diversitat de col·lectius als quals poden preguntar.

Conversant, i entre tots, comencen a estudiar les possibilitats reals. Descarten les persones grans per la dificultat que tindrien ells per fer-los les preguntes. Anar preguntant pel carrer tampoc no seria fàcil, ja que en horari escolar molta gent treballa. En canvi, si es limiten a enquestar nens i nenes el treball de camp pot ser més assequible, ja que tots són a l'escola. Després plantegen com a objectiu de l'enquesta saber què els passa amb els somnis als nens i nenes d'Antzuola de 3 fins a 12 anys. Dicten aquest text entre tots a la mestra i queda escrit en un espai públic de l'aula, en el qual aniran recopilant la informació. Finalment acaben acordant les preguntes que faran i que destinaran un full per a les respostes de cada persona.

Hem d'organitzar els resultats de l'enquesta per poder-los manejar!

Després del treball de camp els aprenents es troben amb un full de cada entrevista: molts fulls, amb moltes dades, i preguntes i respostes de persones de característiques diferents. No saben com poden treure'n conclusions per respondre a la seva pregunta. Ara sorgeix un problema que té molta importància des de la perspectiva didàctica de l'educació estadística dels petits: Com podem organitzar les respostes perquè ens sigui fàcil quantificar-les, comparar-les i treure'n conclusions? La imatge 8 resumeix les pràctiques d'aquest moment.

Imatge 8. «Hem de comptar els resultats i organitzar-los per què ens sigui fàcil comparar-los i utilitzar-los!»

1. La mestra recorda que no és la primera vegada que tenen aquest problema i que poden pensar en alguna taula, com les altres vegades, per organitzar la informació. Ho faran amb les respostes dels nens d'una classe.

2. Dissenyen per grups la taula que proposen per al treball. Es parla sobre les propostes de cada grup i se'n descriuen les característiques.

«Ha hecho un cuadro para cada pregunta, están separados, ha juntado las respuestas parecidas. Ha puesto títulos»

«Está hecho con cuadros. Cada cuadro tiene un título. Las preguntas están fuera y nos tenemos que fijar en el orden de las preguntas para saber a qué se refieren los datos de los cuadros, suponemos que los cuadros están en ese orden. Aparecen todas las clases de respuestas»

«Utiliza un cuadro para todo, utiliza una columna a la izquierda para las preguntas, hace coincidir una fila a cada pregunta, pone títulos a las columnas, a las filas y a los cuadros, no aparecen los números, y junta las respuestas»

3. S'acorden les característiques i el disseny d'una taula comuna.

«Fácil de llenar, fácil de relacionar el dato con los títulos, fácil de ver para poder hacer cálculos, y que simplificara el número de hojas a utilizar. Si ese cuadro vale para un curso también podría valer para todos los cursos ampliando por la derecha y repitiendo todas las columnas salvo la correspondiente a las preguntas.»

En el pas 2 hi ha tres textos diferents, cadascun produït per un grup, i els comentaris que els nens van fer sobre els textos. Els nens autors del primer text, el de l'esquerra, tenen en compte separadament cada pregunta; indiquen l'edat en una columna, que queda fora; dos títols encapçalen les columnes referents a si són petits o petites; i agrupen les respostes sobre els somnis sota criteris generals: «sí, no, de vegades...; bons, dolents, bonics...». El text del mig és una proposta diferent. Aquí els nens organitzen les respostes que dóna una aula a cada pregunta per sexe i per les característiques de la resposta. A sobre de cada cel·la s'hi anota el criteri d'agrupament; cada fila correspon al sexe i cada pregunta té dues files. Finalment, el text de la dreta proposa un format de taula de doble entrada, amb títols a files i columnes; combina els aspectes generals amb els específics (els tipus de resposta que pertanyen a cada pregunta) i també simplifica els criteris d'agrupament.

Els comentaris dels nens descriuen l'estratègia que han utilitzat els seus companys. Per exemple, del text de la dreta diuen: «Hi ha un quadre per a cada pregunta, estan separats, ajunta les respostes semblants. Hi ha títols». També: «Està feta amb quadres. Cada quadre té un títol. Les preguntes són fora i ens hem de fixar en l'ordre de les preguntes per saber a què es refereixen les dades dels quadres, suposem que els quadres estan en aquest ordre. Hi apareixen tots els tipus de respostes», diuen de la segona. «Utilitza un quadre per a tot, utilitza una columna a l'esquerra per a les preguntes, fa coincidir una fila a cada pregunta, hi ha títols a les columnes, a les files i als quadres, no hi apareixen els nombres i ajunta les respostes», comenten de la taula de dreta.

Aquesta interpretació de la racionalitat que tots suposen per als textos de tots els grups permet que es vagin elaborant criteris tecnològics sobre la taula que necessiten: «ha de ser fàcil d'omplir i fàcil de relacionar la dada amb els títols, ha de ser fàcil de veure per poder fer càlculs, i ha de limitar el nombre de fulls que utilitza. Ha de ser un quadre que valgui per a tots els cursos». Aquests criteris estan vinculats, si ens hi fixem bé, amb el desenvolupament d'arguments sobre el sentit de la informació que tenen entre mans: la taula es configura com un text en el qual les preguntes se situen a la columna de l'esquerra i les altres columnes s'assignen a cada un dels cursos de l'escola. Al seu torn, aquestes columnes se subdivideixen en dues parts, que diferencien nens i nenes, i a cada una d'aquestes parts s'hi assenyalen columnes per a cada tipus de resposta que hi ha hagut (al pas 3). Així doncs, els nens i les nenes del col·legi tenen la seva referència a la taula com a col·lectius definits per la seva edat i sexe i les respostes com una característica d'aquestes col·lectivitats.

Una altra vegada la propietat clau del fenomen que estem observant és «l'arquitectura d'accions i discursos adreçats a la comprensió en situacions de dissens, que es regulen usant la força il·locucionària pròpia dels actes de parla». Aquesta vegada adreçada a organitzar i a escriure les dades que han recollit amb l'enquesta perquè es puguin contestar una pregunta: «Com somiem els nens de l'escola?».

La mestra no ha estat aliena a aquest procés. Ha tornat a ajudar els seus alumnes; els ha ajudat a organitzar informació, i no ha buscat la solució pel camí més curt, sinó que els ha permès un camí llarg, dificultós, amb el risc que s'allunyessin del tema que la preocupava. Sobretot, ha procurat que la resposta final dels nens estigués d'acord amb les experiències realment viscudes per ells a classe i amb la informació.

Ens interessa fer notar que ja no parlem de percentatges ni de càlcul, sinó de dades i de maneres d'organitzar-les, però que mantenim una alta organització de les pràctiques matemàtiques. Ara aquestes es refereixen a la manera d'organitzar les relacions entre les dades per extreure'n informació.

Quina mena de somnis tenen els nens de la nostra escola? Les nostres dades en gràfiques

Una vegada recollides les dades, la mestra els recorda la intenció de l'enquesta («saber si els nens de la nostra escola somien, quin tipus de somnis tenen...»), i centra la conversa per tal de veure com es poden anar responent aquestes preguntes i quines maneres poden usar per informar les altres aules sobre les seves conclusions. Els nens pensen que poden donar les dades organitzades per aules i per preguntes, i mediten sobre les maneres de donar aquesta informació. A la conversa sorgeixen tres possibilitats per donar les dades: amb nombres, amb gràfiques (com a l'Ajuntament) i amb percentatges (com Kimmins).

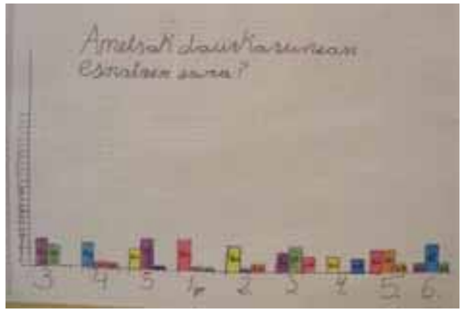
El tema de les gràfiques genera una conversa sobre els diferents tipus de gràfiques que ja coneixen, o bé perquè les han vist en algun lloc (llibres, televisió, diaris) o bé perquè ja les han fet servir a classe en altres contextos. La mestra els porta gràfiques diferents (i del mateix tipus usades per a informacions diferents) a classe i analitzen les característiques de cadascuna i la informació que s'hi pot llegir. Tota la conversa està orientada a decidir quin tipus de gràfica pot ser el més adequat per comunicar als nens de l'escola i a les famílies el resultat de la seva investigació: de perfil, piramidal, de columnes, etc. Decideixen que, per comparar i perquè es vegin bé les diferències entre un tipus de resposta i una altra, la millor és la de columnes pintades.

La mestra encara manté en el grup la necessitat de prendre més decisions: gràfiques, sí; però de quines dades? El grup selecciona una altra vegada les dades i, orientats per la informació que els sembla més interessant de ressaltar, decideixen que faran gràfiques amb el que passa a cada aula, és a dir, una gràfica recollirà el que contesta cada aula a totes les preguntes; també faran una gràfica en què apareixeran les respostes que donen totes les aules a una mateixa pregunta, i finalment faran una gràfica que recollirà totes les dades. N'acorden, a més, el format.

En els acords hi podem veure el propòsit de controlar quantitativament la gràfica. Aquesta característica del registre que hauran de fer servir va ser important quan van interpretar a classe la gràfica piramidal de l'Ajuntament, i la mestra hi ha insistit quan han estat interpretant els diferents tipus de gràfiques aportats per ella a classe: «dues línies perpendiculars, una d'horitzontal i una altra de vertical; a l'horitzontal, hi marcarem la quantitat, però per fer-ho haurem de marcar la línia amb unes ratlletes que aniran de dos en dos, o de cinc en cinc, o de deu en deu... La separació entre aquestes ratlletes ha de ser igual, per tant farem servir fulls quadriculats i cada quadre representarà una quantitat. A l'horitzontal, hi posarem o bé les preguntes o bé les aules. I farem servir colors diferents perquè s'hi vegin millor les diferències».

Hi ha un control més ampli sobre l'estructura d'aquest text: a les gràfiques, s'hi pot observar el codi de colors, el títol general amb la descripció del tipus d'informació que conté, i l'atenció a posar, també, un títol a cada fila i a cada columna. La imatge 9 ens mostra alguns aspectes d'aquest moment. A la columna dreta hi veiem tres tipus de gràfica: per pregunta, per aula i amb totes les dades. Aquestes gràfiques van suscitar comentaris a classe, com ara «en algunes preguntes les diferències són molt fortes, per exemple a la sisena pregunta hi ha molta diferència entre el *sí* i el *no*».

Imatge 9. «Les nostres dades en gràfiques»

1. Informació que ha d'aparèixer a les gràfiques: *«Gráficas con lo que pasa en cada aula, es decir, una gráfica que recoja lo que contesta un aula a todas las preguntas; gráficas con lo que contestan a cada pregunta, o sea, una gráfica en la que aparezcan las respuestas que dan todas las aulas a una pregunta; y una gráfica en la que se recojan todos los datos».*	Gràfiques per pregunta. 
2. Estratègia per dibuixar-les: *«Dos líneas perpendiculares, una horizontal y otra vertical, en la horizontal marcamos la cantidad, pero para ello tendremos que marcar en la línea unas rayitas que irán de dos en dos, o de cinco en cinco, o de diez en diez... la separación entre estas rayitas tiene que ser igual, por eso usaremos hojas cuadriculadas y cada cuadro significará una cantidad. En la horizontal pondremos, o las preguntas, o las aulas. También usaremos colores diferentes para que se vean mejor las diferencias.»*	Gràfiques per aula.  Gràfiques amb totes les dades. 

Aquesta quantitat de gràfiques de diferent tipus, controlades dialògicament pels nens, permet fer-nos una idea de la densitat argumentativa d'aquest moment didàctic en el qual organitzen la informació per comunicar-la. Una vegada més constatem la importància de la força il·locucionària en el procés didàctic.

Efectivament, una cosa tan exhaustiva i organitzada només té sentit si els nens se senten compromesos en la comunicació amb les altres persones i es preocupen per facilitar la comprensió de la seva investigació. «Com posem al paper les nostres dades perquè els altres les entenguin?». La mestra treballa perquè els nens tinguin en compte la diversitat de dades i les seves possibilitats expressives: els diferents formats que poden tenir les taules, els diferents gèneres que poden prendre aquests textos. Amb aquesta visió àmplia, de dissens, se situa els nens perquè generin una vegada més una acció comunicativa que té les característiques que Habermas assignava a aquelles accions capaces de configurar societats crítiques: una estructura d'accions i arguments orientats a la comprensió en situació de dissens, en la qual els subjectes es comprometen amb la força il·locucionària dels seus actes de parla per configurar i coordinar les seves comunicacions.

Quina mena de somnis tenen els nens de la nostra escola? Les nostres dades en percentatges

Per donar percentatges cal tornar a fer càlculs. Per calcular ara els percentatges d'una enquesta, els servirà la taula que van construir amb unes quantes relacions bàsiques quan van estudiar els percentatges a les rebaixes? Sí, els va servir. No en va, havien arribat a la conclusió i havien estat estudiant que, en realitat, servia per calcular qualsevol percentatge de qualsevol nombre.

Però de seguida es van adonar d'un canvi important: ara eren davant d'un procés de càlcul invers al que havien efectuat llavors. No es tractava de saber quina quantitat corresponia a un percentatge, sinó quin percentatge corresponia a una quantitat. La visualització de la situació en el seu aparell de calcular els va portar, en una sessió de grup, a observar dues maneres possibles de fer el càlcul (imatge 10; les dues taules que apareixen a dalt). Cada una reflecteix una estratègia diferent per calcular el percentatge que representen 17 nens en una classe de 20. A la primera, la qüestió és trobar el percentatge que correspon a un nen de la classe i multiplicar-lo per 17. A la segona, pensar en els 17 nens de la classe de tal manera que sigui fàcil establir una relació amb els percentatges parcials i sumar-los.

Imatge 10. «Les nostres dades en percentatges»

1. Càlcul invers dels percentatges:

17	%?
201	100%
10	50%
5	25%
1	5%
1	5%
17	85%

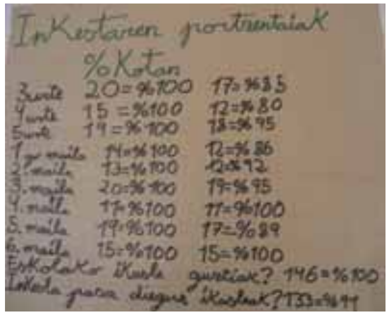
Primero saber 1%

Y luego 17 veces

100 : 20 = 5

5 $\longrightarrow$ 1%

5 x 17 = 85



¿De qué clase son tus sueños?
15% Tienen sueños buenos
22% Tienen sueños malos
46% Tienen sueños buenos y malos
17% No responde

2. Presentació dels resultats:



3. Conclusions de la investigació

Parece que tener sueños malos es bastante normal, ya que hay mas sueños malos que buenos.

Y comparan con el estudio del Doctor Kimmins:

- *Solo malos el 22%; menos que en el estudio del D.K.*
- *Pero incluidos los buenos y malos, que son el 46%, sale que, malos, aparecen en la suma de los dos, es decir, el 68%.*

La primera estratègia es basa només en operacions additives: 10 nens són el 50% de la classe; 5, el 25%; 1, el 5%; per tant, els 17 nens seran el 85%. La segona estratègia, que requereix molta experiència amb aquestes relacions, té un error per la dificultat d'imaginar les relacions que s'estan usant, i escriu «primer saber l'1%» quan en realitat hauria de ser «primer saber 1 nen». Després s'imagina la relació entre 100 i 20, pensant que aquesta relació explicarà el percentatge que correspon a un nen. Tan sols queda multiplicar-la per 17 per saber el percentatge de 17 nens.

Interessa observar la presència d'aquests càlculs inversos en el procés didàctic perquè reforcen l'organització matemàtica de les pràctiques que s'elaboren, i volem establir una relació de necessitat entre la seva naturalesa crítica i la seva organització matemàtica. Segons la nostra opinió, els processos didàctics crítics han de ser també sistemes matemàtics «intermedis» organitzats.

A la resta de la imatge hi podem observar la manera amb què els nens donen els resultats. Aquesta informació els serveix ara com a referència i com a anàlisi. Parlen de les impressions que els provoca, per exemple «que sembla que tenir somnis dolents és bastant normal, ja que hi ha més somnis dolents que bons, etc.», comparant el seu estudi amb el de Kimmins.

Acaba la nostra investigació: La publicitat dels resultats

Una acció que té importància en la vida d'aula d'aquests nens i nenes és explicar als de les altres aules de l'escola i als pares la seva experiència. Els alumnes preparen, per tant, els processos, els textos que han elaborat, els models que han utilitzat, els resultats, etc., i en fan una exposició que complementen amb les seves explicacions. D'aquesta manera, al costat de les explicacions d'altres investigacions que s'han dut a terme en el desenvolupament del tema (què pensen els científics sobre els somnis, què es pot fer per evitar els malsons, com aprofiten els somnis els artistes per a la creació de les seves obres, com es viuen els somnis en altres cultures, etc.) van fer públic el resultat de la seva investigació. La imatge 11 mostra el moment en què els nens l'expliquen a les famílies (situades gairebé totes fora de la imatge).

A dalt hi podem veure un detall dels textos de la paret de l'aula; diu: «La investigació del Doctor Kimmins: el 25% dels somnis de nens i nenes són malsons. La nostra investigació: el 68% dels nens de l'escola enquestats tenen malsons».

Imatge 11. «Presentem el nostre estudi als altres!»

Escola Pública d'Antzuola

A la foto de l'esquerra, dues nenes ensenyen el model que han construït per representar dinàmicament la posició dels percentatges en una recta numèrica. A la dreta veiem una nena que assenyala amb un punter algun dels textos de les parets. Aquests comentaris estan pactats i representen la narració, recolzada en els textos, de la història que han viscut a classe durant la investigació. Es fa referència explícita a les preguntes que intentaven contestar, es descriu el procés seguit per trobar-hi respostes i s'expliciten les diferents opinions «i uns pensàvem que... i d'altres que... i llavors la mestra ens va dir que...», de tal manera que els textos, les preocupacions, les accions i els arguments queden, en el discurs oral amb què els nens presenten el seu treball, embastats en una estructura narrativa única; el referent és el món que conforma la vida d'aquesta aula quan s'orienten tots per comprendre el món i situar-s'hi.

Han realitzat una pràctica crítica amb el text que un matí la mestra va portar a classe. S'han posat en la perspectiva de l'autor, han intentat entendre el sentit de la seva informació i han escrit ells un altre text amb què han marcat la seva posició en relació amb el primer. Ja hem vist que aquesta pràctica crítica estava, en realitat, formada per una arquitectura d'accions i d'arguments orientats a la comprensió en el dissens, usant la força il·locucionària pròpia dels actes de parla.

Però, podem aprofundir en alguna cosa més? Aquestes pràctiques crítiques, tenen un marc? Estan situades en alguna realitat que ens pugui donar informació sobre quina és la seva naturalesa crítica? És possible que les fotos que ens han aportat els mestres ens puguin servir per intentar donar algunes respostes a aquestes preguntes.

Ens podem fixar en els nens que hi apareixen i preguntar-nos sobre els entorns en què han après. Per exemple, la nena que està sola, entre les famílies, assenyalant algun text penjat a la paret: d'on ha sorgit la consciència amb què la nena explica la història que ha viscut a classe? com és aquesta consciència?

La consciència d'aquesta nena és un sistema format per un sistema de relacions sistema/entorn, com ha suggerit Luhmann (1992). La imatge ens mostra dos entorns per a la consciència de la nena. Un entorn interior, format pels seus sabers anteriors, les seves emocions (sobretot aquelles que pertanyen a l'àmbit del desig i de la passió per comprendre), les seves experiències, etc.: un entorn privat, personal. Però a la imatge podem veure amb claredat que la consciència d'aquesta criatura també ha viscut situada en un entorn públic, format pel marc del projecte col·lectiu en què participava: les experiències compartides, el text dels altres, el sentit col·lectiu de la vida de l'aula.

L'altra fotografia afegeix dades complementàries: la consciència de cada nen és un sistema de relacions que també inclou les consciències dels altres (com recorda Bruner, 1990).

Potser aquesta és la visió més global de la perspectiva crítica de les pràctiques matemàtiques d'una aula: es tracta de comprendre el sistema de relacions sistema/entorn, que és la consciència dels alumnes quan aprenen. És un sistema format per diversos entorns alhora: l'entorn, format pels sabers i experiències personals; el format pels sabers i les experiències dels altres, i el format pels sabers col·lectius i les experiències col·lectives.

Necessitem una visió crítica de les pràctiques matemàtiques escolars per comprendre-les objectivament, perquè el subjecte no és el mateix que l'individu. El subjecte que aprèn és un sistema conscient i normatiu de relacions; relacions amb ell mateix, amb els altres i amb el projecte col·lectiu en què participa. Per això pensem que els mestres han de tenir molta cura del món que representa la vida de l'aula, vida orientada a la comprensió del món; la manera en què participen ells i l'alumnat en la seva constitució, perquè aquest món és l'element clau per democratitzar l'alfabetització matemàtica dels ciutadans.

El procés d'estudi. La visió crítica

La mestra decideix que, alhora que els alumnes busquen i utilitzen informació més general, presentarà el text de Kimmins sobre els somnis perquè sent que, a partir del fet d'atendre el desig dels alumnes de conèixer, pot generar dos processos coherents amb els seus interessos didàctics: l'un, el que resultarà d'interpretar i explicar el que l'autor vol donar a entendre, ja que un dels aspectes que hi apareix és el percentatge com a recurs comunicatiu; i l'altre, el de submergir-los en l'acció investigadora, igual que el doctor Kimmins, per saber si la gent del seu entorn somia i quin tipus de somnis té. Això els portarà a concretar les qüestions sobre què preguntar i a qui, com recollir la informació, com explicar-la i com treure'n conclusions. De fet, viuran conceptes matemàtics que tenen, entre d'altres, la seva aplicació en la sociologia i l'estadística.

La mestra decideix, per tant, partir de la lectura d'un text en el qual hi ha un esbós de resposta a alguns dels seus interrogants. Després pensa com presentarà el text, ja que sap que té diverses opcions. Una podria ser que ella mateixa expliqués allò que l'autor vol donar a entendre i què vol dir el percentatge. També té l'opció de tractar-lo verbalment, de manera general, en el grup aula. Però ella vol que la interacció amb el text sigui dialògica, amb la racionalitat de l'investigador (el doctor Kimmins) i amb les racionalitats de tots els nens, de manera que sigui important per al grup classe saber què pensen les persones que el constitueixen, per tal que, a partir d'allà, puguin concretar acords o desacords, treure'n conclusions o plantejar-se noves preguntes.

La mestra ha de provocar el desig d'entendre el text i conrear la sensibilitat dels nens i de les nenes a les novetats que aquest els presenta en el seu contingut i en la seva manera de donar la informació. De fet, el que ella provoca és un procés d'excriptació i d'encriptació d'informació que està orientat a elaborar una resposta a les seves preguntes i que tindrà una arquitectura formada per accions i discursos, en els quals tindran un paper fonamental el dissens i l'ús de la força il·locucionària pròpia dels actes de parla. Obrirà a cada nen la veu i l'acció dels seus companys, i al grup, les veus i les accions d'altres persones externes, i buscarà un sistema dialògic polifònic que tingui capacitat d'autoorganitzar-se, que estigui orientat pel desig d'entendre i per les emocions pròpies d'aquest àmbit i que, alhora, sigui un procés didàctic perquè tingui èxit en la comunicació finalista que ella pretén: transmetre als nens pràctiques matemàtiques que ja existeixen (per tant objectives), relacionades amb els nombres i les seves relacions, les poblacions i les seves variables, a més de la manera d'organitzar-los i representar-los per tal de contestar preguntes.

És un procés que s'allarga durant uns quants dies i que està situat en una acció més àmplia orientada a elaborar respostes a les seves inquietuds sobre els somnis. La transmissió de coneixements que es du a terme a l'escola no és un procés tecnològic i transparent sense convivència amb el poder, la història o el context social; ben al contrari, com afirma Giroux (1988), són processos en els quals es transmeten coneixements a través de la selecció de textos i de les pràctiques amb aquests, l'ús de relacions entre les persones i la creació d'un món per a la vida de l'aula.

La mestra d'aquesta aula ensenya vigilant la relació de les pràctiques matemàtiques amb el poder, amb la història de les persones i dels grups, i amb l'aparició de contextos socials. Això ho fa creant condicions lingüístiques perquè es puguin representar els fets i atenent les condicions pragmàtiques dels discursos i de les accions, des de la doble perspectiva dels que aprenen i dels coneixements que ella els vol transmetre.

Algunes regles pragmàtiques que usa la mestra per situar els processos d'estudi de l'aula en un espai de racionalitat comunicativa tenen una importància especial. Són regles que asseguren, primer, les condicions necessàries perquè les persones elaborin pràctiques i facultats bàsiques que els permetin parlar i actuar i, segon, perquè existeixin estructures profundes d'uns mons de la vida adreçats a la comprensió i en què els individus es puguin socialitzar (Habermas, 1999; Boero, 2004). Habermas assenyala algunes de les regles que hem vist al llarg de la nostra descripció:

— La suposició mútua de racionalitat entre tots els actors del procés.
— La suposició que existeix un món objectiu de pràctiques matemàtiques, que està representat en un sistema comú de referents sobre els quals les persones es formen creences. Es pot influir intencionadament sobre les creences pròpies i les dels altres.
— La suposició que la referència al món s'ha de regular per orientar-se cap a la veritat.
— La suposició que hi ha d'haver certes condicions pragmàtiques per a l'argumentació: ha de tenir un caràcter públic i inclusiu; hi ha d'haver igualtat en l'exercici de les facultats de comunicació (encara que hi hagi una asimetria important entre docents i alumnes); s'ha d'excloure del procés d'estudi l'engany i la il·lusió de la comprensió aparent; i ha de ser un procés lliure de restriccions respecte de la comprensió de les coses.

El procés didàctic que hem descrit sembla un cas concret d'aplicació d'aquestes regles. Ens mostra una praxeologia didàctica en la qual se superen certes oposicions que han estat obstacles importants per al desenvolupament de la innovació i de la investigació en educació matemàtica (Sfard, Lerman, Kieran): les que sempre hi ha hagut entre els conceptes d'«adquisició» i «construcció» i, d'altra banda, d'«aprenentatge com a desenvolupament personal» i «aprenentatge com a desenvolupament de marcs socials de memòria».

Podríem fer la descripció següent dels processos d'estudi (Chevallard, 2007):

— És un procés de construcció de respostes basat en el llenguatge i que depèn dels llenguatges que escollim; aquesta selecció determina la descripció final que obtindrem com a resposta.
— Està determinat per la selecció que fem de les qüestions a què s'ha de respondre i pel poder generador que aquesta tingui de suscitar nombroses qüestions derivades, i seleccionar diferents sabers que es vulguin ensenyar. El poder generador de la qüestió té a veure amb la naturalesa mateixa de la qüestió i amb el procés d'elaboració de la resposta.

— També és un procés de coacció del docent sobre les diverses formes de conèixer i les diverses respostes possibles. És un resultat del treball que hagi fet el docent per deconstruir el concepte de poder amb el concepte d'«accés temàtic».

— El procés d'elaboració de la resposta no és tecnològic ni transparent, perquè té a veure amb la manera d'usar i seleccionar els textos, els sabers i els mitjans, les interaccions comunicatives entre les persones i l'organització de l'aula.

— L'ús de textos per construir una resposta i la importància didàctica que prenen en aquests processos d'estudi les pràctiques de «llegir» i «escriure» suggereixen una concepció de «veritat» com a coherència dirigida pel desig de correspondència entre el llenguatge i els fets.

— La resposta que s'elabora implica un comportament públic i privat, que inclou elements de construcció i de recepció adreçats a la solució de problemes en entorns complexos.

— És un comportament dirigit pel desig de justificar les pròpies pretensions de validesa en situacions de dissens.

— El procés d'estudi també és un aprenentatge acumulatiu, que no depèn tan sols de la revisió dels propis errors, sinó també del tipus de pràctiques que es duguin a terme amb els textos i de la pròpia selecció dels textos i dels mitjans que s'usaran per interpretar-los.

— Es tracta d'un procés en el qual tenen un paper important l'existència de diferents plans discursius, personals i públics, i la construcció d'intertextualitats entre aquests.

Finalment, en el procés didàctic que estem estudiant hi ha algunes característiques pròpies de la perspectiva de les organitzacions matemàtiques (Bosch *et al.*, 2006) que hi apareixen i que volem subratllar:

— No s'estudien problemes aïllats: s'aborden un tipus de problemes que es reprodueixen i que es desenvolupen, que provoquen noves necessitats tecnològiques i que permetran construir i justificar «tècniques noves». A més, sorgeixen nous propòsits i preguntes que permetran justificar i construir noves respostes.

— El procés d'estudi d'un tipus de problema genera un sistema de pràctiques matemàtiques de naturalesa hermenèutica: s'hi inclouen les organitzacions matemàtiques, la realitat i la subjectivitat.

— El procés d'estudi està pensat per crear una forta interconnexió entre les tècniques i els sabers discursius amb flexibilitat. Està fortament organitzat i és creatiu.

— Hi ha una estructuració del marc curricular a un nivell superior i inferior al tema matemàtic, amb una forta connexió entre les qüestions concretes, els elements temàtics i els elements més generals del sistema global de pràctiques matemàtiques.

— Les pràctiques matemàtiques que s'observen en la documentació aportada sobre el procés didàctic fan referència a una seqüència de reconstrucció de diferents organitzacions matemàtiques ja existents. Són transcendentals respecte del món de la vida d'aquesta aula (des de la perspectiva de la mestra), però els alumnes les viuen com una experiència històrica, personal i col·lectiva.

Conclusions. L'aula, una comunitat orientada a la comprensió del món

Coneixem la necessitat bàsica que tenen les persones per situar-se en el món. Sabem també el valor que té, per satisfer aquesta necessitat, la seva participació amb els altres a la xarxa de converses que defineixen la cultura. Entenem, per tant, que la manera de situar-se en el món es vincula als processos que ens formen com a persones. Hannah Arendt (1958) expressava aquesta idea dient que «pensar i recordar és fer-nos un lloc en aquest món en el qual tots arribem com a estrangers».

Sabem també que aquesta necessitat es vincula amb un àmbit propi d'emocions, que són aquelles que estan lligades al desig i a la passió per comprendre i comunicar-se amb l'altre. I sabem també que les accions matemàtiques i els llenguatges que s'usen com a tecnologies simbòliques i organitzatives són una resposta de les comunitats humanes a aquesta passió per comprendre el món i a com els humans pensem en el món.

Ens hem situat en aquest marc de conviccions per proposar una perspectiva crítica des de la qual puguem reflexionar sobre els processos històrics i didàctics de les comunitats d'aprenentatge de les aules. Es tracta de comprendre l'entramat ideològic, cronològic, lògic i topogràfic que conforma el sistema general de l'aula quan el mestre l'orienta a comprendre el món; per entendre, d'aquesta manera, el sentit global que té el món de la vida de l'aula i com s'assigna en aquest món un lloc i un paper particular a les persones, als fets, a les situacions i als textos. Això és important perquè aquest lloc pot ser responsable del fracàs o de l'èxit en l'alfabetització matemàtica dels ciutadans, i perquè orientar l'aula a comprendre el món i assignar un lloc emancipador i crític en la seva topografia als alumnes i als recursos culturals és un fet de ciutadania.

Rescatem així la funció que poden tenir les accions i els discursos matemàtics per orientar el món de la vida de l'aula a la comprensió de les coses en el dissens i per fonamentar els actes de parla en la seva força il·locucionària. Així comprendrem millor la funció que pot exercir el mestre a donar continuïtat a aquest món, assegurar-ne el progrés i protegir-ne la inclusivitat.

Ens interessa, en una perspectiva crítica, el marc social i matemàtic en el qual se situen els alumnes i els mestres quan participen, tant en públic com a l'interior de cadascuna de les persones, en la constitució de comunitats d'aprenentatge orientades a comprendre críticament el món:

- Quan la vida d'aprenentatge està orientada pels interessos d'uns i altres i vinculada al seu desig de comprendre les coses reals.
- Quan la manera d'interaccionar també està orientada a la col·laboració amb els altres, a la comprensió de les coses i del pensament dels altres.
- Quan es tracta de constituir una manera de viure en el llenguatge apropiada a aquests objectius.
- Quan es pretén donar capacitat normativa als arguments que són convincents des de la perspectiva dels alumnes i del mestre, que estan en interacció.
- Quan tot això es fa aprenent a participar en una conversa cultural matemàtica que ja existeix fora de l'aula.

Ens situem en aquest marc des de la convicció que és on es vinculen d'una manera coherent l'ensenyament de les matemàtiques amb la formació de persones i de comunitats, i que això ens pot ajudar a superar el fracàs en l'alfabetització dels alumnes. Quan això succeeix, l'activitat matemàtica, la comunitat de l'aula i les persones s'enriqueixen mútuament en el sentit i en el valor de la seva manera d'actuar, de pensar i de comunicar, perquè s'enriqueix allò que es planteja com a propòsit, allò que es fa, allò de què es parla, allò que s'escriu, allò que se sent i allò que es desitja; i la passió amb què es desitja.

La nostra preocupació per l'aula com a comunitat crítica i dialògica d'aprenentatge neix del desig de democratitzar l'escola i de superar la violència simbòlica sobre la qual s'assenta. Neix també de la convicció que aprenem, ensenyem i coneixem amb l'acció del nostre cos sencer i amb les accions dels altres; amb els coneixements, amb els desigs, amb els sentiments nostres i dels altres; amb els textos que usem per comunicar-nos quan parlem sobre el món i amb la nostra manera de vincular-nos-hi.

La raó crítica està, doncs, distribuïda. Per això aprenem participant en les converses que teixeixen la cultura i les comunitats i que ens emancipen; no ho fem mai nosaltres sols.

Referències

Arent, H. (1958) *La condición humana*. Barcelona, Paidós, 2005.

Bartolini-Bussi, M.G. (1994) «Theoretical and Empirical Approaches to Classroom Interaction», a Biehler *et al. Didactics of mathematics as a scientific discipline.* Dodrecht, Kluwer Academic Publishers, pp. 121-132.

Barwell, R. (2003) «Discursive Psychology and Mathematics Education: Possibilities and Challenges». *ZDM, The International Journal on Mathematics Education* (Berlín, Springer) 35 (5), pp. 201-207.

Bauersfeld, H. (1994) «Theoretical Perspectives on Interaction in the Mathematics Classroom», a Biehler *et al*. *Didactics of mathematics as a scientific discipline.* Dodrecht, Kluwer Academic Publishers, pp.133-146.

— (1995) «"Language games" in the mathematics classroom: Their function and their effects», a Cobb i Bauersfeld (1995), pp. 271-291.

Bishop, A. (1991) *Enculturación matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural.* Barcelona, Paidós, 1999.

Blumer, H. (1969) *El interaccionismo simbólico: Perspectiva y método*. Barcelona, Hora, 1982.

Boero, P. (1999) «Argumentation and mathematical proof: A complex, productive, unavoidable relationshipin mathematics and mathematics education». *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof* (La lettre de la Preuve). Disponible a: http://www-leibniz.imag.fr/DIDACTIQUE/preuve/Newsletter/990708Theme/990708ThemeUK.html [accés: 30.1. 2008].

— (2004) *Seminari sobre la racionalitat*. Facultat de Psicologia i Ciències de l'Educació i l'Esport Blanquerna (Universitat Ramon Llull).

Bosch, M. *et al*. (2006) «La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar: una propuesta desde la teoría antropológica de lo didático». *Educación matemática* (Mèxic, Santillana), 18 (2), pp. 37-74.

Brousseau, G. (1997) *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Boston, Kluwer Academic Publishers.

Bruner, J. (1990) *Acts of meaning*. Cambridge, Harvard University Press.

Carraher, T.N.; Carraher, D.W.; Schliemann, A.D. (1982) «Na vida dez, na escola, zero: os contextos culturais de aprendizagem de matemática». *Cuadernos de Pesquisa,* 42, pp. 79-85.

— (1985) «Mathematics in the street and in the schools». *British Journal of Development Psychology,* 3, pp. 21-29.

Cobb, P.; Bauersfeld, H. [ed.] (1995) *The emergence of mathematical meaning: Interaction in Classroom cultures*. Hillsdale (EUA), Lawrence Erlbaum.

Cobb, P.; Yackel, E. (1996) «Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research». *Educational Psychologist* (Lawrence Erlbaum), 31 (3-4), pp. 175-190.

Cobb, P. *et al.* (1997) «Reflective discourse and collective reflection». *Journal for Research in Mathematics Education* (Reston, National Council of Teachers of Mathematics), 28 (3), pp. 258- 277.

Cole, M. (1996) *Cultural Psychology-A Once and Future Discipline*. Cambridge, Harvard University Press.

Chevallard, Y. (2007) «Readjusting Didactics to a Changing Epistemology», *European Educational Research Journal,* (6) 2, pp. 131-134.

D'Ambrosio, U. (1986) *Da Realidades a Acao: reflexoes sobre Educaçao Matematica*. Sao Paolo, Summus Editorial.

De Lange (1996) «Using and Aplyind Mathematics in Education», a Bishop, A. *An International Haandboock of Mathematics Education*. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.

Engeström, J.; Miettinen, R.; Punamaki, R. L. [ed.] (1999) *Perspectives on activity theory.* Cambridge, Cambridge University Press.

Ernest, P. (1998) *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics.* Nova York, SUNY Press.

— (2004) «La conversación como una metáfora para las matemáticas y el aprendizaje». *UNO, Revista de didáctica de las matemáticas* (Barcelona, Graó), 37, pp. 81-92.

Font, V. (2000) «Algunos puntos de vista sobre las representaciones en Didáctica de las Matemáticas». *Philosophy of Mathematics Education Journal,* 14, pp. 1-35.

Gadamer, H.G. (1975) *Verdad y método*. Salamanca, Sígueme, 1988.

Giroux, H. (1988) *Los profesores como intelectuales: Hacia una pedagogía crítica del aprendizaje.* Barcelona, Paidós, 1990.

Godino, J.; Llenares, S. (2000) «El interaccionismo simbólico en educación matemática». *Educación Matemática* (Mèxic, Santillana) 12, (1), pp. 70-92. Disponible a: http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos-teoricos/Godino_Llinares_Interaccionismo.pdf [accés: 30.1.2008].

Gravemeijer, K.P.E. (1994) *Developing realistic mathematics education*. Utrecht, Cdß Pres.

Habermas, J. (1999) *Verdad y justificación.* Madrid, Trotta, 2002.

Herbst, P. (2000) «Articulation et structuration des conceptions dans la classe de mathématiques: arguments et connaissances publics». *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof*. (La lettre de la Preuve). Disponible a: http://www-leibniz.imag.fr/DIDACTIQUE/preuve/Newsletter/000708Theme/000708ThemeFR.html [accés: 30.1.2008].

Kieran, C.; Forman, E.; Sfard, A. [ed.] (2001) «Learning discourse: sociocultural approaches to research in mathematics education». *Educational Studies in Mathematics* (Dordrecht, Springer), 46 (1-3), pp. 1-12.

Krummheuer, G. (1995) «The ethnography of argumentation», a Cobb i Bauersfeld (1995).

Lerman, S. [ed.] (1994) *Cultural Perspectives on the Mathematics Classroom*. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.

Lerman, S.; Xu, G.; Tsatsaroni, A. (2003) «A sociological description of changes in the intellectual field of mathematics education research: Implications for the identities of academics». *Proceedings of the British Society for Research in Learning Mathematics*, 23 (2), pp. 43-48.

Luhmann, N. (1992) *Teoría de la sociedad y pedagogía.* Barcelona, Paidós. 1996.

OCDE (2003) *The PISA 2003. Assesment Framework Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills.* París, OCDE.

Peirce, Ch. (1988) *El hombre, un signo*. Barcelona, Crítica.

Restivo, S. (1999) «What does mathematics represent? A sociological perspective» *Mathematics, School of Education*, pp. 21-22. Disponible a: http://www.ioe.ac.uk/esrcmaths/ [accés: 7.4.2008].

Searle, J. (1995) *La construcción de la realidad social.* Barcelona. Paidós, 1997.

Seegler, F, (2004) «Beyond the dichotomies semiotics in mathematics education research». *ZDM. The International Journal on Mathematics Education* (Berlín, Springer), 36 (6), pp. 214.

Sfard, A. (1998) «On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one». *Educational Researcher* (Washington, American Educational Research Association), 27 (2), pp. 4-13.

Steinbring, H.; Bartonlini Bussi, M.; Sierpinska, A. [ed.] (1998) *Language and communication in the mathematics classroom*. Reston (EUA), National Council of Teachers of Mathematics.

Werstsch, J. V. (1991) *Voices of the mind: A sociocultural approach to mediated action.* Cambridge, Harvard University Press.

Yackel, E. (1995) «La reforma de la educación matemática y de las culturas escolares». *UNO, Revista de didáctica de las matemáticas* (Barcelona, Graó), 6, pp. 95-102.

Alfabetización matemática y comunidades escolares

Resumen: El autor defiende la tesis de que la alfabetización matemática no es un proceso tecnológico y transparente, sino que está relacionada con la emergencia de identidades y culturas escolares; de comunidades e instituciones. Para ello analiza los procesos de aprendizaje de un aula de cuarto de primaria, que pueden ser considerados como un caso de «buenas prácticas», mostrando con detalle cómo se vinculan las acciones estratégicas, las comunicativas y las críticas. En el caso estudiado, la actividad del aula tiene forma global de sistema de prácticas críticas, que usan los niños y la maestra para buscar, en un texto científico ya publicado, la explicación de una pregunta que les interesa, y para elaborar ellos otro escrito que imite la racionalidad con la que escribió el suyo el autor del primero.

Palabras clave: alfabetización matemática, porcentaje, conjuntos numéricos, estadística, primaria, acciones críticas, acciones estratégicas, acciones comunicativas, pragmática, interacción simbólica, indagación.

Alphabétisation mathématique et communautés scolaires

Résumé : L'auteur défend la thèse selon laquelle l'alphabétisation mathématique n'est pas un processus technologique et transparent, sinon qu'il s'agit d'un processus en rapport avec l'émergence d'identités et de cultures scolaires, de communautés et d'institutions. Pour ce faire, il analyse les processus d'apprentissage dans une classe de quatrième année du primaire – qui peuvent être considérés comme un cas de bonnes pratiques –, en présentant en détail la manière dont sont liées les actions stratégiques, les actions communicatives et les actions critiques. Dans le cas étudié, l'activité de la classe a la forme globale d'un système de pratiques critiques, qu'utilisent les élèves et l'enseignante pour rechercher, dans un texte scientifique déjà publié, l'explication d'une question qui les intéresse, et pour élaborer par eux-mêmes un autre texte qui imite la rationalité avec laquelle l'auteur du premier texte a écrit le sien.

Mots clés : alphabétisation mathématique, ensembles numériques, statistiques, éducation primaire, actions critiques, actions stratégiques, actions communicatives, pragmatique, interaction symbolique, investigation.

Numeracy and School Communities

Abstract: The author defends the thesis that numeracy is not a transparent, technological process, but is related instead to the emergence of identity and school culture, to the rise of communities and institutions. The author analyses the learning processes at work in a fourth-year primary school classroom, which is offered as a best-practice case study showing in detail how strategic, communicative and critical actions are linked to one another. In the case study, the classroom activity systematically pursued critical practices, which were used by the children and the teacher to search in a published scientific text for the answer to a question that interested them. The students then drafted another text following the reasoning used by the original author.

Key words: numeracy, number sets, statistics, primary education, critical actions, strategic actions, communicative actions, pragmatics, symbolic interaction, research