Aportaciones de los modelos jerárquico-lineales multivariados a la investigación educativa sobre el rendimiento. Un ejemplo con datos del alumnado español en PISA 2009

Contributions of multivariate linear hierarchical models to education research into performance. An example using PISA 2009 data on Spanish students

DOI: 10.4438/1988-592X-RE-2014-365-267

Ángeles Blanco-Blanco
Universidad Complutense de Madrid. Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación (MIDE). Madrid, España.
Esther López Martín
Universidad Nacional de Educación a Distancia. Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación II (MIDE II). Madrid, España.
Covadonga Ruiz de Miguel
Universidad Complutense de Madrid. Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación (MIDE). Madrid, España.

Resumen

Los modelos jerárquico-lineales (MJL) han sido ampliamente usados en la investigación sobre el rendimiento, especialmente en el contexto del análisis de resultados de evaluaciones a gran escala, tales como el Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés). La revisión de los estudios desarrollados en España, sin embargo, revela que todos los trabajos incluyen una única variable dependiente, de modo que aunque se han empleado indicadores diversos de rendimiento (por ejemplo: matemáticas o comprensión

Fecha de entrada: 14-06-2013 Fecha de aceptación: 21-03-2014

lectora o ciencias), no se han incorporado tales medidas de resultado conjuntamente en modelos explicativos integrados. A partir de estos antecedentes, este artículo pretende hacer una contribución metodológica a la investigación sobre la explicación del rendimiento académico presentando un ejemplo del uso de los mjl multivariados con los datos del alumnado español en pisa-2009. Concretamente, se plantea un mjl trivariado para analizar de forma simultánea el efecto de un conjunto de predictores sobre la competencia matemática, la compresión lectora y la competencia en ciencias. La investigación mencionada anteriormente solo ha estudiado estas variables de respuesta de forma independiente, desde una perspectiva univariada. Como variables independientes se ha seleccionado un número reducido de predictores 'clásicos' típicamente considerados en la investigación educativa multinivel: sexo, estatus inmigrante, repetición, estatus socioecónomico y cultural del alumno y nivel socioeconómico y cultural medio de la escuela. Puesto que el objetivo principal del presente estudio es proporcionar un ejemplo de la metodología, esto permite una adecuada ilustración sin aumentar excesivamente la complejidad. El trabajo presenta el proceso de especificación y estimación de un modelo de tres niveles (alumno-escuela-región) y se analiza la varianza explicada. Finalmente, se obtienen las correlaciones entre las variables dependientes desde una perspectiva multinivel. El artículo concluye con algunas consideraciones sobre las aportaciones adicionales de los mjl multivariados a la investigación futura.

Palabras clave: modelos jerárquico-lineales, modelos multivariados, rendimiento, pisa, comprensión lectora, competencia matemática, competencia en ciencias.

Abstract

Hierarchical linear models (hlm) have been widely used in research into performance, especially in the context of analyzing the results of large-scale assessments such as the Programme for International Student Assessment (pisa). A review of the studies in Spain, however, shows that all the work done so far deals with a single dependent variable, so, even if various performance indicators are used (e.g., reading comprehension, mathematics or science), the outcomes are not incorporated jointly into integrated explanatory models. Working from this background, this article seeks to make a methodological contribution to research into the explanation for academic performance by presenting an exemplification of the use of multivariate hlm with pisa 2009 data on Spanish students. A trivariate hlm is proposed to analyze simultaneously the effect of a set of predictors on mathematical competency, reading comprehension and competency in science. In previous research, these response variables have only been studied independently, in univariate models. The selected independent variables are a small number of 'classic' predictors typically used in multilevel education research: gender, immigrant status, repetition, socioeconomic and cultural status of students and average socioeconomic and cultural level of schools. Since the primary objective of the study is to provide a methodological exemplification, an adequate illustration can be given without increasing the complexity overmuch. The process of specifying and estimating a three-level model (student-school-region) is presented, and the explained variance is analyzed. Correlations are found between the dependent variables from a multilevel perspective. The article concludes with some observations on the additional contributions of multivariate HLM in future research.

Key words: hierarchical linear models, multivariate models, performance, PISA, reading comprehension, mathematical competency, competency in science.

Introducción

El uso de los modelos de regresión jerárquico-lineales (MJL en adelante) ha permitido en los últimos años superar las limitaciones asociadas a las metodologías que se empleaban tradicionalmente en la investigación educativa sobre el rendimiento y la eficacia escolar, un ámbito donde la estructura jerárquica o multinivel que muestran los datos ciertamente justifica y alienta su uso. Las unidades últimas de las investigaciones educativas, generalmente los estudiantes, aparecen anidadas en un contexto más amplio, el aula, que, a su vez, pertenece a un centro, a un barrio, a una ciudad, país, región, etc. (Kreft y DeLeeuw, 1994). Los modelos multinivel permiten tratar la diferenciación de la varianza que producen distintos niveles de agregación y constituyen la solución estadística para tratar simultáneamente la influencia del contexto y de las diferencias individuales. En los modelos clásicos, al trabajar con datos individuales se ignoran variables del contexto que ejercen una gran influencia en el estudio, mientras que si se trabaja a niveles agregados se pierde información de la variabilidad individual. Los MJL, al disponer de información del individuo y del contexto al que pertenece, permiten combinar datos individuales y agregados evitando los problemas de la falacia atomista y ecológica (Gaviria y Castro, 2004). Y es que, cuando se trabaja con datos agrupados, las observaciones en cada grupo presentan características similares, lo que implica que no se cumple el supuesto de independencia; por lo tanto, no se pueden utilizar los métodos de regresión clásicos, como la estimación por mínimos cuadrados. El uso de mjl permite, en suma, conocer la variación de los efectos en diversos niveles así como, si lo dicta la teoría subyacente, constatar si existen interacciones entre variables de distintos niveles.

Aunque los mjl y su aplicación a la investigación educativa tienen su origen en el mundo anglosajón, en España la investigación sobre eficacia escolar adoptó este enfoque analítico ya hace más de una década (Murillo, 1999, 2004), y su uso en ese mismo contexto también ha sido muy amplio en América Latina (para una revisión reciente, véase Murillo, 2011). En los últimos años, los modelos multinivel se han empleado mucho en nuestro país especialmente en los trabajos interesados en analizar determinantes o factores explicativos del rendimiento del alumnado español en el Programme for International Student Assessment (pisa) (véase Cordero, Crespo y Pedraja, 2013), aunque no exclusivamente. Así, se puede identificar un conjunto inicial de trabajos que tomaron como base los resultados obtenidos en pisa 2003 en competencia matemática (Calero y Escardíbul, 2007; Calero, Escardíbul, Waisgrais y Mediavilla, 2007; Rendón y Navarro, 2007). A continuación, los análisis se centraron en la competencia en ciencias, área priorizada en pisa 2006 (Calero, Choi y Waisgrais, 2010; Escardíbul, 2008; López, Navarro, Ordoñez y Romero, 2009). Más recientemente se han comenzado a publicar algunos trabajos centrados en los resultados en comprensión lectora derivados de pisa 2009 (Calero, Escardíbul y Choi, 2012; Cordero, Manchón y García, 2011). También se han evaluado en nuestro país modelos multinivel sobre el desempeño en pisa con muestras internacionales (Ruiz de Miguel y Castro, 2006; Ruiz de Miguel, 2009).

Otros estudios sobre determinantes del rendimiento escolar han empleado mjl para analizar resultados educativos obtenidos en mediciones tomadas a nivel autonómico. Este es el caso, por ejemplo, del trabajo de Castro, Ruiz y López (2009), que presenta como novedad su carácter longitudinal y el estudio de la diferenciación del fenómeno de regresión estadística de la estimación del valor añadido de las escuelas y de sus tasas de crecimiento.

Aunque existen algunas diferencias metodológicas entre los estudios citados (por ejemplo: mayoritariamente usan la regresión lineal múltiple, pero unos pocos emplean regresión logística), se pueden identificar rasgos comunes en el planteamiento analítico general. Así, para el análisis de la muestra española se han propuesto modelos explicativos de dos niveles y, salvo alguna excepción (véase López et ál., 2009), no se introducen en dichos estudios efectos interactivos ni dentro ni entre los niveles definidos. Además, en todos los casos se especifican, estiman y evalúan modelos con una única variable dependiente: típicamente competencia matemática, competencia científica o competencia lectora, que se evalúan en una determinada oleada de pisa. Es decir, la investigación educativa sobre rendimiento y eficacia escolar en España con mjl, aunque ha usado indicadores diversos de rendimiento representados por áreas de desempeño distintas (esto es, matemáticas o comprensión lectora o ciencias), no ha incorporado tales medidas de resultado conjuntamente en modelos explicativos únicos e integrados. Sin duda, el análisis independiente de cada una de las variables de respuesta con mjl ha ofrecido útiles avances en el ámbito que nos ocupa. Sin embargo, la adopción de una perspectiva multivariada capaz de definir de forma integrada el producto educativo tendría algunas ventajas claras que hacen pertinente el avance en esta dirección.

Las ventajas que desde el punto de vista estadístico presentan los modelos multivariados frente al análisis independiente realizado sobre varias variables dependientes las resumen Snijders y Bosker (2011) en los siguientes términos:

- Se pueden extraer conclusiones sobre las correlaciones entre las variables dependientes desde una perspectiva multinivel, esto es, relativas a la medida en que las correlaciones dependen del nivel individual o del nivel grupal. Estas conclusiones se derivan de la partición de las covarianzas entre las variables dependientes en los distintos niveles de análisis.
- Las pruebas de los efectos específicos para variables dependientes individuales son más potentes, lo que se refleja en menores errores estándar. Esta ventaja puede ser insignificante si la correlación entre las variables dependientes es baja, pero cobra especial importancia, por ejemplo, cuando las variables dependientes están muy correlacionadas y los datos disponibles están incompletos.
- Permite probar si el efecto de una variable explicativa en una variable dependiente dada (vd1) es mayor/menor/igual que su efecto en una segunda variable de respuesta (vd2) cuando los datos de ambas variables se observan (total o parcialmente) en los mismos individuos.

- Permite realizar una sola prueba del efecto conjunto de una variable explicativa en varias variables dependientes, lo que resulta útil para evitar el peligro de capitalización del azar que es inherente a la realización de una prueba separada para cada variable dependiente.

La estimación de modelos multinivel multivariados comporta una complejidad superior a la que exige el trabajo sucesivo sobre varios modelos univariados, lo que acaso pueda explicar la existencia aún limitada de este tipo de trabajos. En este sentido representan una positiva excepción los análisis multinivel bivariados llevados a cabo por Cervini (2010) y Cervini y Dari (2009) con alumnos argentinos para explicar el logro en Matemáticas y Lengua en Educación Primaria y Secundaria.

Este estudio persigue avanzar en esta misma vía y, en el contexto de los antecedentes descritos, pretende hacer una contribución metodológica a la investigación sobre la explicación del rendimiento académico del de los alumnos españoles mediante un ejemplo del uso de un mjl multivariado con los datos de pisa 2009. Concretamente, se plantea un mjl trivariado para analizar de forma simultánea el efecto de un conjunto de predictores del rendimiento en las tres variables dependientes medidas hasta ahora por el programa pisa: competencia matemática, compresión lectora y competencia en ciencias, estudiadas por la investigación anterior solo de forma independiente desde una perspectiva univariada. Ello permitirá ilustrar en un ejemplo concreto algunas de las principales posibilidades de la estrategia multivariada: disponer de matrices de covarianza residual en los distintos niveles (por ejemplo: alumno, escuela y región), lo cual permite la estimación de las correlaciones entre las tres áreas en cada nivel, antes y después de 'controlar' por los covariados del alumno; comparar directamente las correlaciones entre los predictores con matemáticas, comprensión lectora y ciencias, lo que permite determinar si existen diferencias significativas entre tales coeficientes; hacer innecesaria la ponderación o asignación de pesos relativos a las distintas competencias, porque sus desempeños relativos son proporcionados directamente por los modelos.

Método

Muestra y variables

Del total de alumnos españoles de 15 años que participaron en la evaluación PISA 2009, la muestra de este estudio ha estado constituida por los 25.106 estudiantes, agrupados en 889 escuelas, que presentaban datos completos en las variables incluidas en el modelo[1]. La distribución de los sujetos en las diferentes comunidades autónomas se resume en la Tabla I.

TABLA I. Composición de la muestra

Comunidad autónoma	Escuelas	Alumnos
Andalucía	51	1.388
Aragón	52	1.482
Asturias	54	1.494
Baleares	52	1.382
Canarias	50	1.392
Cantabria	51	1.476
Castilla y León	51	1.484
Cataluña	50	1.340
Galicia	54	1.539
La Rioja	46	1.248
Madrid	51	1.412
Murcia	51	1.287
Navarra	49	1.470
País Vasco	177	4.619
Ceuta y Melilla	21	1.306
Resto de España	29	787
Total	**889**	**25.106**

Fecha de entrada: 14-06-2013 Fecha de aceptación: 21-03-2014

Las variables dependientes quedan definidas por las tres competencias evaluadas en PISA-2009 (OCDE, 2009):

- Competencia matemática. Capacidad del individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados y utilizar e implicarse en las matemáticas de una manera que satisfaga sus necesidades vitales como un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.
- Competencia en comprensión lectora. Capacidad del individuo para comprender, utilizar y analizar textos escritos con objeto de alcanzar sus propias metas, desarrollar sus conocimientos y posibilidades y participar en la sociedad.
- Competencia en ciencias naturales. El grado en el que un individuo posee conocimiento científico y lo emplea para identificar preguntas, adquirir conocimientos nuevos, explicar fenómenos científicos y extraer conclusiones basadas en pruebas sobre temas relacionados con la ciencia. También incluye el grado en que entiende las características distintivas de la ciencia como forma de conocimiento e investigación; demuestra que sabe cómo la ciencia y la tecnología influyen en nuestro entorno material, intelectual y cultural; y se interesa por temas científicos como un ciudadano que reflexiona.

Para cada una de las competencias, las puntuaciones de los sujetos se obtuvieron a partir de la aplicación del modelo de Rasch y, posteriormente, se transformaron a una escala de media 500 y desviación típica 100 (OCDE, 2012). En términos operativos las variables de respuesta utilizadas en los análisis estadísticos son los valores plausibles (VP en adelante) que PISA asigna a cada estudiante en cada una de las competencias. Los VP son una representación de la gama de capacidades que pueden suponerse razonablemente en un alumno. Es decir que, en lugar de estimar directamente la capacidad de un alumno, se estima una distribución de probabilidades para esa capacidad y, en vez de obtener una estimación puntual para la capacidad de un alumno, se estima un abanico de VP para

[1] Para obtener estimaciones sin sesgo y compensar las diferentes probabilidades de selección y la falta de respuesta en las diferentes etapas del muestreo, en estudios de estas características es recomendable utilizar las ponderaciones muestrales disponibles. Sin embargo, en este trabajo dichos pesos no se han considerado, ya que MlwinN 2.25 no permite introducir ponderaciones en los modelos multivariados (Rasbash, Charlton, Browne, Healy y Cameron, 2009).

la capacidad de un alumno, con una probabilidad asociada para cada uno, lo cual reduce el error de medición (Wu y Adams, 2002). Para trabajar con VP, se estima cada modelo para cada VP y se calcula la media de los cinco parámetros calculados (Wu y Adams, 2002). Por tanto, en todos los modelos que se mostrarán en el apartado de resultados se presenta el promedio de las estimaciones efectuadas con cada valor plausible.

En lo que se refiere a las variables independientes, se ha seleccionado un número reducido de predictores, correspondientes a las características individuales y familiares de los estudiantes típicamente considerados en la investigación educativa multinivel, que podríamos calificar de 'clásicos' por su reiterada presencia en las investigaciones anteriormente citadas. Puesto que el objetivo principal de este estudio es proporcionar una ejemplificación metodológica, esto permite una adecuada ilustración sin aumentar excesivamente la complejidad.

Concretamente, las covariables introducidas en el modelo han sido las siguientes:

- *Sexo.* Se toma el valor 'hombre' como categoría base (0: hombre; 1: mujer).
- *Condición de inmigrante de primera generación* (0: no; 1: sí). Variable *dummy* que toma el valor de 1 cuando el alumno ha nacido fuera de España.
- *Condición de inmigrante de segunda generación* (0: no; 1: sí). Informa sobre si los padres del estudiante han nacido fuera de España.
- *Repetidor.* Variable dicotómica que toma el valor de 0 si el alumno no ha repetido ningún curso, es decir, está en el curso que le corresponde por edad; y 1, si el alumno ha repetido uno o más cursos. Se toma al alumno no repetidor como categoría base. Esta variable ha sido construida a partir de las variables 'Repeat <ISCED 1>' y 'Repeat <ISCED 2>', que proporcionan información sobre si el estudiante había repetido uno o más cursos durante la Enseñanza primaria o primer ciclo de la educación básica (ISCED 1) y durante el primer ciclo de Enseñanza secundaria o segundo ciclo de educación básica (ISCED 2).
- *Estatus socioeconómico y cultural* (ESCS). Índice calculado en la evaluación PISA a partir de las puntuaciones de los estudiantes en los siguientes indicadores: máximo nivel de ocupación de los

progenitores (HISEI), máximo nivel educativo de los progenitores (PARED) e índice de posesiones en el hogar (HOMEPOS). Las puntuaciones en la variable ESCS se obtienen a partir de un análisis factorial, como las puntuaciones del primer componente principal, donde 0 es el promedio para los países de la OCDE y 1 la desviación típica (OCDE, 2012).

Cabe señalar que junto con estos predictores asociados al alumno, en el nivel de escuela se ha introducido el nivel socioeconómico y cultural medio de la escuela (ESCSESC), calculado como el promedio del estatus socioeconómio y cultural (ESCS) de los alumnos de dicha escuela.

Procedimiento: especificación y modelización

La especificación de un modelo trivariado exige ciertas consideraciones respecto de los modelos univariados. Así, en un modelo trivariado se procede a la estimación conjunta de las tres puntuaciones de las variables de respuesta, esto es, se especifica un modelo en el que cada indicador de resultado se trata como un sistema único de ecuaciones a través de las que se pueden estimar, para cada nivel de la jerarquía, las correlaciones entre ellos y de ellos con cada uno de los factores considerados. Además, el número de niveles considerados es igual a $k + 1$, ya que a los niveles de interés debe añadirse uno, el primero, en el que no hay variación, y que indica que es un modelo multivariado. Efectivamente, en un modelo multivariado se trata a los estudiantes como unidades del nivel 2, y las medidas de cada estudiante serán las unidades de nivel 1. De este modo, cada medida del nivel 1 tiene una respuesta, que es la puntuación en matemáticas, comprensión lectora o ciencias. Un conjunto de variables *dummy* indica qué variable de respuesta está presente.

En la modelización se procede básicamente como en un modelo univariado. En primer lugar, se especifica el modelo nulo, que contiene solo las variables respuesta y las constantes; este modelo posee efectos aleatorios en los tres niveles y no incluye variables explicativas en ninguno de ellos. Sirve, además, como línea base para la estimación de la varianza explicada a partir de la cual se van evaluando las aportaciones de modelos más elaborados.

Así, en este trabajo se especifica un modelo de tres niveles (alumno-escuela-región), pero se cuenta con un modelo de cuatro niveles: las puntuaciones en matemáticas, comprensión lectora y ciencias son el nivel más bajo de la jerarquía (nivel 1), que se anidan en el nivel 2 (alumno), que se agrupa en escuelas (nivel 3), y estas en regiones (nivel 4). El primer nivel, por tanto, define la estructura trivariada del modelo y, consecuentemente, se ha modelizado el efecto de tres variables *dummy:* R_0 (matemáticas), R_1 (comprensión lectora), y R_2 (ciencias).

Tal y como se señalaba anteriormente, cada variable de respuesta se trata como un sistema único de ecuaciones que debe ser estimado: matemáticas (1), comprensión lectora (2) y ciencias (3). En este trabajo, para cada una de las tres competencias evaluadas, se estimarán diferentes medias y diferentes residuos asociados a cada uno de los niveles.

$$
\begin{aligned}
& y_{1jkl} \sim N(XB, \Omega) \qquad (1) \\
& y_{1jkl} = \beta_{0jkl} R_{0ijkl} \\
& \beta_{0jkl} = \beta_{0kl} + \mu_{0jkl} \\
& \beta_{0kl} = \beta_{0l} + \mu_{0kl} \\
& \beta_{0l} = \beta_0 + \mu_{0l} \\
& \beta_{0jkl} = \beta_0 + f_{0l} + \nu_{0kl} + \mu_{0jkl} \\
& y_{1jkl} = \beta_0 R_{0ijkl} + f_{0l} R_{0ijkl} + \nu_{0kl} R_{0ijkl} + \mu_{0jkl} R_{0ijkl}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& y_{2jkl} \sim N(XB, \Omega) \qquad (2) \\
& y_{2jkl} = \beta_{1jkl} R_{1ijkl} \\
& \beta_{1jkl} = \beta_{1kl} + \mu_{1jkl} \\
& \beta_{1kl} = \beta_{1l} + \mu_{1kl} \\
& \beta_{1l} = \beta_1 + \mu_{1l} \\
& \beta_{1jkl} = \beta_1 + f_{1l} + \nu_{1kl} + \mu_{1jkl} \\
& y_{2jkl} = \beta_1 R_{1ijkl} + f_{1l} R_{1ijkl} + \nu_{1kl} R_{1ijkl} + \mu_{1jkl} R_{1ijkl}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& y_{3jkl} \sim N(XB, \Omega) \qquad (3) \\
& y_{3jkl} = \beta_{2jkl} R_{2ijkl} \\
& \beta_{2jkl} = \beta_{2kl} + \mu_{2jkl} \\
& \beta_{2kl} = \beta_{2l} + \mu_{2kl} \\
& \beta_{2l} = \beta_2 + \mu_{2l} \\
& \beta_{2jkl} = \beta_2 + f_{2l} + \nu_{2kl} + \mu_{2jkl} \\
& y_{3jkl} = \beta_2 R_{2ijkl} + f_{2l} R_{2ijkl} + \nu_{2kl} R_{2ijkl} + \mu_{2jkl} R_{2ijkl}
\end{aligned}
$$

Por tanto, el modelo nulo quedaría especificado como se indica en la ecuación (4).

$$
\begin{aligned}
y_{ijkl} = {} & (\beta_0 R_{0ijkl} + f_{0l} R_{0ijkl} + \nu_{0kl} R_{0ijkl} + \mu_{0jkl} R_{0ijkl}) + (\beta_1 R_{1ijkl} + f_{1l} R_{1ijkl} + \nu_{1kl} R_{1ijkl} + \mu_{1jkl} R_{1ijkl}) \quad (4) \\
& + (\beta_2 R_{2ijkl} + f_{2l} R_{2ijkl} + \nu_{2kl} R_{2ijkl} + \mu_{2jkl} R_{2ijkl})
\end{aligned}
$$

O, de manera simplificada, como figura en la ecuación (5):

$$
y_{ijkl} = \Sigma_{s=0}^{2} \beta_s R_{sijkl} + \Sigma_{s=0}^{2} f_{sl} R_{sijkl} + \Sigma_{s=0}^{2} \nu_{skl} R_{sijkl} + \Sigma_{s=0}^{2} \mu_{sjkl} R_{sijkl}
$$

En las ecuaciones (4) y (5) es posible diferenciar una parte fija y una parte aleatoria. La parte fija del modelo está compuesta por el rendimiento medio de todos los sujetos que forman parte de la muestra en cada una de las variables de respuesta, representado por β_0 (matemáticas), β_1 (comprensión lectora), y β_2 (ciencias). Cabe señalar que R_{0ijkl} sería la puntuación en matemáticas del alumno ***j*** en la escuela ***k*** de la región l. Por su parte, R_{1ijkl} y R_{2ijkl} serían sus análogas en comprensión lectora y en ciencias.

La parte aleatoria del modelo se especificaría ajustando la matriz de covarianza para las tres materias en los tres niveles. Los términos aleatorios asociados a cada uno de los niveles: región (f_{0l}, f_{1l}, y f_{2l}), escuela (ν_{0l}, ν_{1l}, y ν_{2l}) y alumnos (u_{0l}, u_{1l}, y u_{2l}), se distribuyen independientemente, y siguen una distribución normal con media igual a cero y varianza constante. La matriz de varianzas-covarianzas relativa a la parte aleatoria del modelo se muestra en (6).

$$\begin{pmatrix} f_{0l} \\ f_{1l} \\ f_{2l} \end{pmatrix} \sim N \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma^2_{f0l} & & \\ \sigma_{f0l\,f1l} & \sigma^2_{f1l} & \\ \sigma^2_{f0l\,f2l} & \sigma_{f1l\,f2l} & \sigma^2_{f2l} \end{pmatrix} \Bigg]$$

$$\begin{pmatrix} \nu_{0kl} \\ \nu_{1kl} \\ \nu_{2kl} \end{pmatrix} \sim N \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma^2_{\nu 0kl} & & \\ \sigma_{\nu 0kl\,\nu 1kl} & \sigma^2_{\nu 1kl} & \\ \sigma^2_{\nu 0kl\,\nu 2kl} & \sigma_{\nu 1kl\,\nu 2kl} & \sigma^2_{\nu 2kl} \end{pmatrix} \Bigg] \qquad (6)$$

$$\begin{pmatrix} \mu_{0jkl} \\ \mu_{1jkl} \\ \mu_{2jkl} \end{pmatrix} \sim N \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma^2_{\mu 0l} & & \\ \sigma_{\mu 0jkl\,\mu 1jkl} & \sigma^2_{\mu j1kl} & \\ \sigma^2_{\mu 0jkl\,\nu 2jkl} & \sigma_{\mu 1jkl\,\nu 2jkl} & \sigma^2_{\mu 2jkl} \end{pmatrix} \Bigg]$$

La parte aleatoria del modelo incluye, para cada uno de los niveles, los mismos términos aleatorios. Concretamente, se estiman la varianza en matemáticas, comprensión lectora y ciencias para los niveles región, (σ^2_{f0l}, σ^2_{f1l} y σ^2_{f2l}), escuela ($\sigma^2_{\nu 0kl}$, $\sigma^2_{\nu 1kl}$ y $\sigma^2_{\nu 2kl}$), y alumno ($\sigma^2_{\mu 0jkl}$, $\sigma^2_{\mu 1jkl}$ y $\sigma^2_{\mu 2jkl}$), así como las covarianzas entre las diferentes materias. De esta forma, (σ^2_{f0lf1l}, $\sigma^2_{\nu 0kl\nu 1kl}$ y $\sigma_{\mu 0jkl\mu 1jkl}$), y serían las covarianzas entre matemáticas y comprensión lectora en cada uno de los niveles. Por su parte, (σ^2_{f0lf2l}, $\sigma^2_{\nu 0kl\nu 2kl}$ y $\sigma^2_{\mu 0jkl\mu 2jkl}$), harían referencia a las covarianzas entre matemáticas y ciencias. Finalmente, las covarianzas entre comprensión lectora y ciencias vendrían establecidas por σ_{f1l}, $\sigma^2_{\nu 1kl\nu 2kl}$ $\sigma_{\mu 1jkl\mu 2jkl}$). El significado de estos parámetros se presenta en la interpretación del modelo.

Tras analizar la significatividad de los parámetros estimados en el modelo nulo, la expansión del modelo se lleva a cabo incorporando los predictores asociados a cada uno de los niveles de agregación. Para ello, se incluyen los términos de interacción entre las variables *dummy* que informan de la variable de respuesta y los diferentes predictores introducidos en el modelo. El modelo resultante informa de las covarianzas existentes entre las variables dependientes en los diferentes niveles, regiones, escuelas y alumnos, una vez controlado el efecto de las características individuales y familiares de los estudiantes. Cabe señalar que, aunque es posible considerar que el efecto de las características individuales y familiares de los sujetos puede variar en función de la escuela analizada –e incluso de las diferentes regiones–, el modelo que se presenta en este trabajo asume que el impacto de esos predictores en el rendimiento es similar para todas las escuelas y dentro de las diferentes regiones. En este sentido, el modelo expandido que se ha tomado como base se muestra en (7).

$$y_{jkl} = \sum_{s=0}^{2} \beta_{0s} R_{sijkl} + \sum_{q=1}^{m} \sum_{s=0}^{2} \beta_{sq} R_{sijkl} X_{qjkl} + \sum_{s=0}^{2} f_{qjkl} R_{sijkl} + \sum_{s=0}^{2} \nu_{qjkl} R_{sijkl} + \sum_{s=0}^{2} \upsilon_{sjkl} R_{sijkl} \tag{7}$$

Para la estimación de los modelos se ha utilizado el programa MLwiN 2.25 (Rasbash et ál., 2009), basado en el método de análisis estadístico por niveles múltiples (Aitkin y Longford, 1986; Bryk y Raudenbush, 1992; Goldstein, 1995).

Resultados

El modelo nulo

La Tabla II presenta los resultados obtenidos tras estimar el modelo nulo. Los tres parámetros fijos del modelo informan del valor del intercepto (uno para cada materia), es decir, el rendimiento medio observado para el conjunto de los sujetos que forman la muestra. Así, el rendimiento en matemáticas ha resultado ser igual a 488,754 puntos; en comprensión lectora su valor es de 484,482 puntos; y en ciencias de 492,044 puntos.

TABLA II. Estimación del modelo nulo

PARTE FIJA		
Rendimiento medio de las escuelas en matemáticas	β_0	488,7538 (6,0896)
Rendimiento medio de las escuelas en comprensión lectora	β_1	484,4816 (5,062)
Rendimiento medio de las escuelas en ciencias	β_2	492,0438 (5,6202)
PARTE ALEATORIA		
Nivel: alumno		
Varianza en matemáticas	σ^2_{u0}	6.632,7606 (60,2706)
Varianza en comprensión lectora	σ^2_{u1}	6.023,3404 (54,7338)
Varianza en ciencias	σ^2_{u2}	6.060,0952 (55,0668)
Covarianza entre el rendimiento en matemáticas y en comprensión lectora	σ_{u0u1}	4.977,4282 (51,6938)
Covarianza entre el rendimiento en matemáticas y en ciencia	σ_{u0u2}	5.264,6566 (52,9496)
Covarianza entre el rendimiento en comprensión lectora y en ciencias	σ_{u1u2}	4.939,5032 (50,1432)
Nivel: escuela		
Varianza en matemáticas	σ^2_{v0}	1.282,3142 (73,4862)
Varianza en comprensión lectora	σ^2_{v1}	1.326,8124 (74,5592)
Varianza en ciencias	σ^2_{v2}	1.232,5568 (70,0892)
Covarianza entre el rendimiento en matemáticas y en comprensión lectora	σ^2_{v0v1}	1.116,9004 (68,5506)
Covarianza entre el rendimiento en matemáticas y en ciencias	σ^2_{v0v2}	1.030,294 (65,6702)
Covarianza entre el rendimiento en comprensión lectora y en ciencias	σ^2_{v1v2}	1.159,6582 (68,5544)
Nivel: región		
Varianza en matemáticas	σ^2_{f0}	561,0856 (209,2176)

Varianza en comprensión lectora	σ^2_{f1}	377,631 (144,1444)
Varianza en ciencias	σ^2_{f2}	474,7012 (177,7566)
Covarianza entre el rendimiento en matemáticas y en comprensión lectora	σ^2_{f0f1}	443,2306 (169,7252)
Covarianza entre el rendimiento en matemáticas y en ciencias	σ^2_{f0f2}	489,2936 (187,1674)
Covarianza entre el rendimiento en comprensión lectora y en ciencias	σ^2_{f1f2}	413,2648 (157,6466)
Desviación		**816.346,0244**
Número de parámetros		**21**
N		**75.318**

Nota: Error estándar entre paréntesis.

A su vez, la parte aleatoria del modelo muestra cómo las varianzas de los residuos de cada materia han resultado estadísticamente significativas en los diferentes niveles considerados[2]. En este sentido, las diferencias en el rendimiento en matemáticas, comprensión lectora y ciencias que presentan los alumnos, las escuelas y las diferentes regiones han resultado estadísticamente significativas. Es importante señalar que la varianza no explicada en las tres materias y en los diferentes niveles justifica continuar con la expansión del modelo.

Por otro lado, otro aspecto destacable del modelo estimado es que las covarianzas asociadas a los diferentes niveles han resultado significativas y positivas en todos los casos. De esta forma, se observa que, por ejemplo en el nivel alumno, aquellos estudiantes con mayor puntuación en matemáticas también obtienen un mejor resultado en comprensión lectora y en ciencias; y que, a su vez, los estudiantes con un mejor desempeño en comprensión lectora también destacan por su resultado en ciencias. Esta misma tendencia se manifiesta en los niveles escuela y región.

Finalmente, la razón de verosimilitud tiene un valor de 816.346,024 para un modelo con 21 parámetros. Este valor, comparado con el ofrecido al estimar el modelo definitivo, permitirá evaluar el ajuste de este último.

[2] Se considera un parámetro significativo (= 0,05) cuando el cociente entre la estimación del parámetro y su error típico es superior a 1,96 (~2) (Gaviria y Castro, 2004).

Fecha de entrada: 14-06-2013 Fecha de aceptación: 21-03-2014

El modelo expandido

Las Tablas III y IV presentan, respectivamente, la parte fija y la parte aleatoria del modelo final, que incluyen el efecto de las características individuales y familiares de los estudiantes. En dichas tablas se recoge el valor del parámetro y, entre paréntesis, su error típico.

TABLA III. Modelo definitivo: parte fija

		Matemáticas		Comprensión lectora		Ciencias
Constante	β_0	540,2524 (4,5456)	β_1	510,3284 (3,7716)	β_2	535,727 (4,5894)
Sexo	$\beta_{0.1}$	-23,0896 (0,8842)	$\beta_{1.1}$	23,0996 (0,8428)	$\beta_{2.1}$	-15,977 (0,8696)
Inmigrante de primera generación	$\beta_{0.2}$	-37,581 (1,7574)	$\beta_{1.2}$	-29,9902 (1,6938)	$\beta_{2.2}$	-32,6382 (1,7474)
Inmigrante de segunda generación	$\beta_{0.3}$	-11,3934 (4,0076)	$\beta_{1.3}$	-8,5802 (3,859)	$\beta_{2.3}$	(3,983)
Repetidor	$\beta_{0.4}$	-88,9504 (1,0286)	$\beta_{1.4}$	-79,9056 (0,9904)	$\beta_{2.4}$	-76,123 (1,0224)
ESCS	$\beta_{0.5}$	10,7638 (0,5498)	$\beta_{1.5}$	10,82 (0,4732)	$\beta_{2.5}$	11,9354 (0,4884)
Sexo * ESCS	$\beta_{0.1.5}$	2,4034 (0,4914)	No significativo		No significativo	
Promedio ESCS	$\beta_{0.6}$	15,4318 (1,794)	$\beta_{1.6}$	19,5164 (1,7914)	$\beta_{2.6}$	16,5832 (1,823)

Nota: Error estándar entre paréntesis.

Atendiendo a los parámetros de la parte fija del modelo, se observa que el rendimiento medio ha pasado a ser igual a 540,252 puntos en matemáticas; igual a 510,328 puntos en comprensión lectora; y a 535,727 puntos en ciencias. Teniendo en cuenta la operacionalización de las variables, estos valores hacen referencia al rendimiento medio estimado, en cada materia, para estudiantes varones de nivel socioeconómico y cultural medio, que están en el curso que les corresponde por edad, que han nacido en España y cuyos padres también, y que asisten a una escuela de nivel socioeconómico y cultural medio. Así, para estos alumno, podemos apreciar que el rendimiento medio estimado es muy similar en matemáticas y ciencias, y algo inferior en el caso de la comprensión lectora.

Como cabía esperar, los resultados muestran la significatividad de las variables explicativas seleccionadas y que reiteradamente se han identificado como predictores estables en la investigación anterior. La ventaja de estimar los parámetros en un modelo multivariado es que podemos observar, de forma simultánea, el efecto que los diferentes predictores incluidos en el modelo ejercen en el rendimiento.

Así, las mujeres presentan rendimientos inferiores en matemáticas y ciencias naturales, mientras que en comprensión lectora su rendimiento es superior. Igualmente, y tal y como esperábamos, parece que la condición de inmigrante, tanto de primera como de segunda generación, conlleva para el alumno un menor rendimiento en todas las materias, con una incidencia mayor en matemáticas en el caso de los alumnos que no han nacido en España, y en ciencias para los alumnos inmigrantes de segunda generación. De esta forma, el rendimiento estimado para un alumno no nacido en España y cuyos padres también han nacido en otro país es inferior que el de un estudiante no inmigrante en los siguientes valores: 48,974 puntos en el caso de matemáticas, 38,570 puntos en comprensión lectora y 47,337 puntos en ciencias. La condición de repetidor se asocia, con claridad también, a un menor rendimiento académico en todas las áreas consideradas, aunque con especial relevancia en el área de matemáticas (88,950 puntos menos).

Un predictor que en la línea de investigaciones previas ha resultado significativo es el nivel socioeconómico y cultural de los alumnos. El efecto positivo de esta variable en el rendimiento medio de los estudiantes se manifiesta en las tres áreas. A su vez, en el área de matemáticas, la interacción entre este predictor y el sexo del alumno resulta significativa y se puede observar cómo el rendimiento de las alumnas en esta materia experimenta un incremento de 2,4 puntos por cada punto que el nivel socioeconómico y cultural de su familia se sitúa por encima de la media, y viceversa. También se analizó el efecto que esta variable, asociada inicialmente al nivel alumno, puede llegar a ejercer cuando se considera como variable agregada para las escuelas; nos referimos al bien conocido 'efecto compañeros'. En este sentido, se ha incluido el promedio del nivel socioeconómico y cultural de los estudiantes que asisten a una escuela y se ha observado, de nuevo, un efecto significativo y positivo en el caso de las tres materias. De esta forma, a medida que la media del nivel socioeconómico y cultural de una escuela aumenta un punto, el rendimiento medio de sus estudiantes se incrementa, aproximadamente, en 15 puntos en el caso de matemáticas, 19 puntos en comprensión lectora y 16 puntos en ciencias.

Por otra parte, y en lo que respecta a la parte aleatoria del modelo, todas las varianzas y covarianzas estimadas han resultado significativas. En este sentido, tras introducir las características individuales y familiares de los estudiantes en el modelo, aún queda varianza sin explicar en el caso de todas las materias y de todos los niveles. No obstante, tal y como se analizará en el siguiente apartado, los valores de los parámetros aleatorios se han reducido respecto de los valores iniciales incluidos en el modelo nulo.

TABLA IV. Modelo definitivo: parte aleatoria

Nivel: alumno		
Varianza en matemáticas	σ^2_{u0}	4.545,3698 (41,301)
Varianza en comprensión lectora	σ^2_{u1}	4.211,9808 (38,2724)
Varianza en ciencias	σ^2_{u2}	4.489,144 (40,7902)
Covarianza entre el rendimiento en matemáticas y en comprensión lectora	σ_{u0u1}	3.302,3572 (35,2212)
Covarianza entre el rendimiento en matemáticas y en ciencia	σ_{u0u2}	3.458,3644 (36,5518)
Covarianza entre el rendimiento en comprensión lectora y en ciencias	σ_{u1u2}	3.648,0696 (36,6456)
Nivel: escuela		
Varianza en matemáticas	σ^2_{v0}	584,6846 (36,1892)
Varianza en comprensión lectora	σ^2_{v1}	603,8876 (36,5346)
Varianza en ciencias	σ^2_{v2}	613,8874 (37,496)
Covarianza entre el rendimiento en matemáticas y en comprensión lectora	σ_{v0v1}	414,9478 (31,5368)
Covarianza entre el rendimiento en matemáticas y en ciencias	σ_{v0v2}	376,0554 (31,1752)
Covarianza entre el rendimiento en comprensión lectora y en ciencias	σ_{v1v2}	488,6126 (33,521)
Nivel: región		
Varianza en matemáticas	σ^2_{f0}	306,0132 (113,3602)

Varianza en comprensión lectora	σ^2_{f1}	203,4206 (76,8788)
Varianza en ciencias	σ^2_{f2}	311,7402 (115,611)
Covarianza entre el rendimiento en matemáticas y en comprensión lectora	σ_{f0f1}	227,3236 (88,7094)
Covarianza entre el rendimiento en matemáticas y en ciencias	σ_{f0f2}	282,0578 (108,8746)
Covarianza entre el rendimiento en comprensión lectora y en ciencias	σ_{f1f2}	244,0738 (92,309)
Desviación		**799.522,6262**
Número de parámetros		**40**
N		**75.318**

Nota: Error estándar entre paréntesis.

Al igual que en los modelos univariados, la evaluación del ajuste del modelo se realiza comparando el modelo nulo con el definitivo mediante la prueba de razón de verosimilitud. Así, la diferencia de desviaciones es de 16.823,398, con 19 grados de libertad, y su probabilidad asociada es igual a 0,000. Por lo tanto, el modelo definitivo resulta más adecuado para explicar el rendimiento de los estudiantes.

Varianza explicada

La comparación entre los valores de los parámetros aleatorios del modelo definitivo y los estimados en el modelo nulo permite analizar la proporción de varianza asociada a los niveles alumno, escuela y región, que se explica tras introducir los predictores en el modelo. La estimación de la proporción de varianza explicada para cada uno de los niveles de agregación viene determinada en (8), (9) y (10):

$$R^2_{nivel\ 2} = 1 - [(u^2_{0\ final} + u^2_{1\ final} + u^2_{2\ final}) \ / \ [(u^2_{0\ nulo} + u^2_{1\ nulo} + u^2_{2\ nulo})] \qquad (8)$$

$$R^2_{nivel\ 3} = 1 - [(v^2_{0\ final} + v^2_{1\ final} + v^2_{2\ final}) \ / \ [(v^2_{0\ nulo} + v^2_{1\ nulo} + v^2_{2\ nulo})] \qquad (9)$$

$$R^2_{nivel\ 4} = 1 - [(f^2_{0\ final} + f^2_{1\ final} + f^2_{2\ final}) \ / \ [(f^2_{0\ nulo} + f^2_{1\ nulo} + f^2_{2\ nulo})] \qquad (10)$$

En el caso de los modelos multivariados, la comparación entre la parte aleatoria de ambos modelos también permite analizar la proporción de la varianza de cada una de las variables de respuesta que se explica tras introducir los predictores en el modelo. El cálculo de dicha proporción (Snijders y Bosker, 1994) viene establecida en la ecuación (11):

$$R^2_{respuesta} = 1 - [(u^2_{0\,final} + n^2_{0\,final} + f^2_{0\,final}) \,/\, (u^2_{0\,nulo} + n^2_{0\,nulo} + f^2_{0\,nulo})] \qquad (11)$$

En el presente trabajo, la proporción de varianza explicada para cada uno de los niveles y en cada una las variables de respuesta, una vez introducidas las características individuales y familiares de los estudiantes en el modelo, se presenta en la Tabla v.

TABLA V. Varianza explicada

	Varianza explicada (R^2)	
Nivel 2: alumno	0,292	29,224%
Nivel 3: escuela	0,531	53,082%
Nivel 4: región	0,419	41,902%
Matemáticas	0,359	35,866%
Comprensión lectora	0,350	35,049%
Ciencias	0,303	30,288%

Como puede observarse, los predictores incluidos en el modelo permiten explicar, aproximadamente, el 30% de las diferencias entre estudiantes, un 53% de las diferencias entre escuelas y un 41% de las diferencias entre regiones. Por otra parte, en la varianza explicada en cada una de las variables dependientes, el porcentaje alcanza valores cercanos al 30% en matemáticas y comprensión lectora y al 35% en ciencias. Dichos valores no son muy altos en ninguna de las materias, aunque tampoco son desdeñables, especialmente si pensamos en el limitado número de variables consideradas en un trabajo centrado en la ejemplificación metodológica.

Análisis de las correlaciones entre las variables dependientes

Una de las principales aportaciones de los modelos multivariados es la posibilidad de estudiar la correlación existente entre las variables dependientes desde una perspectiva multinivel. En este sentido, los coeficientes de correlación entre los parámetros aleatorios del modelo que se incluyen en la Tabla VI informan sobre el modo en que los estudiantes que se sitúan por encima o por debajo de la media en matemáticas también lo hacen en las otras dos variables dependientes analizadas, así como de la relación entre estas dos últimas materias. La misma tendencia se analiza para los demás niveles de agregación, es decir, para el caso de las escuelas y de las regiones.

En el caso que nos ocupa, los valores de los coeficientes de correlación estimados informan de una relación alta y positiva entre el rendimiento de los alumnos en las diferentes materias en los tres niveles analizados: alumno, escuela y región. A su vez, los resultados presentan el valor de esos coeficientes tanto para el modelo nulo como para el modelo con predictores. La comparación entre los valores de ambos modelos muestra cómo, generalmente, la correlación entre los términos aleatorios disminuye ligeramente al introducir las características individuales y familiares de los estudiantes. Esta disminución afecta en mayor medida a los coeficientes del nivel escuela. En el extremo opuesto, se situaría el coeficiente de correlación entre la varianza en comprensión lectora y la varianza en ciencias en el nivel estudiantes, donde el valor del coeficiente de correlación se ve ligeramente incrementado.

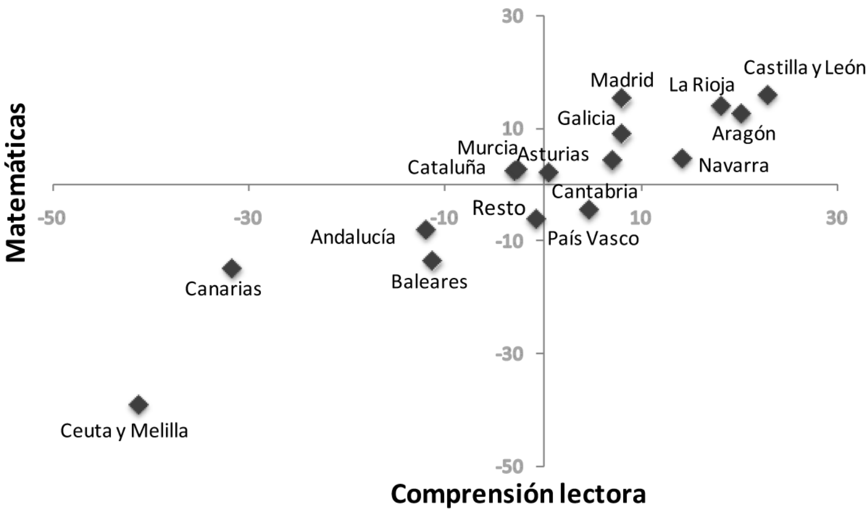
Fecha de entrada: 14-06-2013 Fecha de aceptación: 21-03-2014

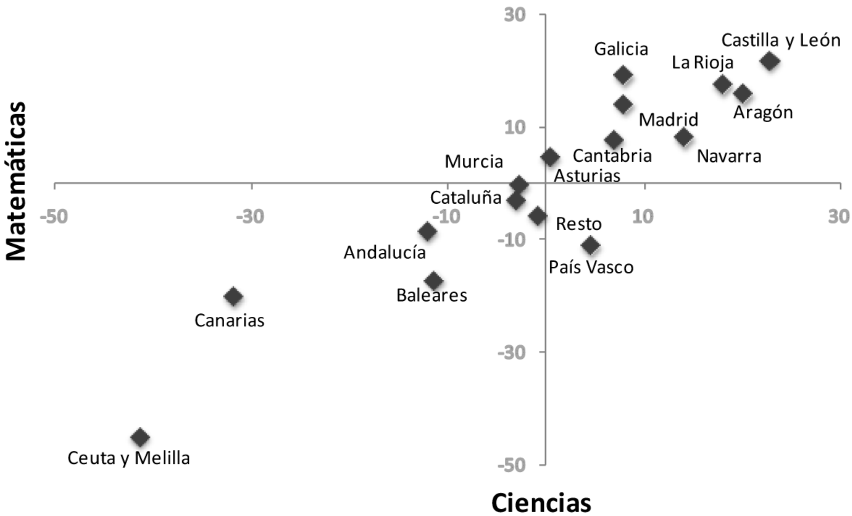
TABLA VI. Correlación entre los parámetros aleatorios del modelo

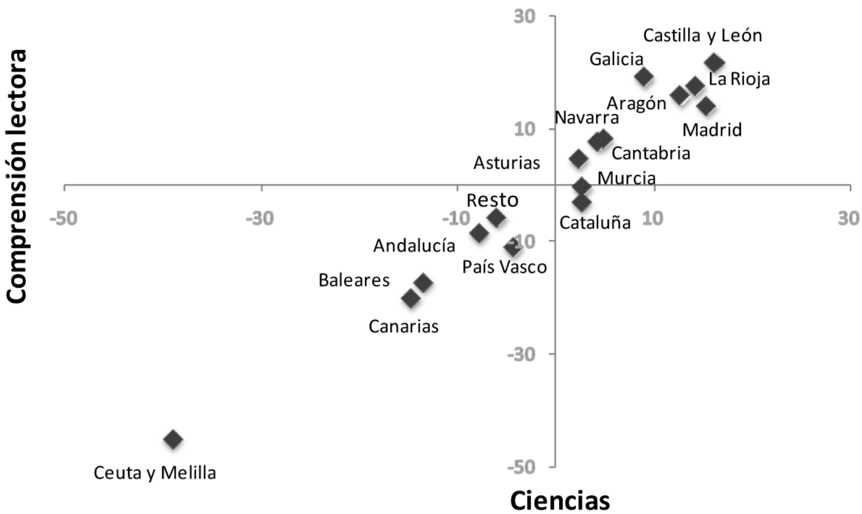
	Nulo			**Predictores**		
Alumno	u^2_0	u^2_1	u^2_2	u^2_0	u^2_1	u^2_2
u^2_0	1	0,787	0,830	1	0,755	0,766
u^2_1	0,787	1	0,818	0,755	1	0,839
u^2_2	0,830	0,818	1	0,766	0,839	1
Escuela	v^2_0	v^2_1	v^2_2	v^2_0	v^2_1	v^2_2
v^2_0	1	0,856	0,820	1	0,698	0,628
v^2_1	0,856	1	0,907	0,698	1	0,802
v^2_2	0,820	0,907	1	0,628	0,802	1
Región	f^2_0	f^2_0	f^2_0	f^2_0	f^2_0	f^2_0
f^2_0	1	0,963	0,948	1	0,911	0,913
f^2_1	0,963	1	0,976	0,911	1	0,969
f^2_2	0,948	0,976	1	0,913	0,969	1

A modo de ejemplo, el Gráfico I muestra la relación entre los términos aleatorios para el nivel región, una vez introducidos los predictores en el modelo.

GRÁFICO I. Relación entre los términos aleatorios (modelo con predictores). Nivel región







En los tres gráficos de dispersión, se observa cómo la mayor parte de las regiones se sitúan sobre los cuadrantes I y III, es decir: aquellas comunidades autónomas que presentan un desempeño por encima de la media en una de las variables dependientes también lo hacen en las otras variables de respuesta (cuadrante I), y viceversa (cuadrante III).

Conclusiones

A lo largo de este trabajo se han ejemplificado desde el punto de vista metodológico algunas de las aportaciones básicas que pueden hacer los modelos jerárquico-lineales multivariados a la investigación educativa sobre el rendimiento. El análisis simultáneo de más de un indicador de resultado mediante esta estrategia permite estudiar las diferencias de variación en el rendimiento de los estudiantes en diversas materias o competencias curriculares, las relaciones entre ellas y con los predictores. También permite el estudio en el nivel individual, sea el de la escuela, el de la región o el de cualquier otro nivel de agregación. La estrategia de análisis univariados múltiples presenta limitaciones claras para cubrir estos objetivos, o sencillamente no lo permite. Así, cuando el foco se pone en el análisis de los efectos y la comparación de materias, la aproximación multivariada permite controlar la inflación de la tasa de error de tipo I y presenta mayor potencia estadística, por lo que se reduce la probabilidad de cometer errores de tipo II. Pero probablemente la aportación más relevante de esta estrategia analítica es la posibilidad de estudiar las correlaciones entre las diversas variables dependientes de interés en los diferentes niveles considerados. ¿Se registra el mismo patrón de progreso en comprensión lectora y en matemáticas?, ¿la relación entre los resultados obtenidos en ambas materias se registra a nivel individual, de clase o de escuela? Estas correlaciones no se pueden obtener cuando el análisis se realiza para las materias o competencias por separado.

Queremos concluir subrayando el potencial de esta estrategia analítica para el desarrollo de nuevas líneas de trabajo. Efectivamente, en términos prospectivos, la modelización multivariada también puede permitir el desarrollo de futuros trabajos de investigación que proporcionen estrategias más efectivas para el manejo de datos perdidos y de diseños matriciales de evaluación (véase, por ejemplo, Yang, Goldstein, Browne y Woodhouse, 2002), campos de gran relevancia en el contexto de las evaluaciones del desempeño a gran escala. Finalmente, y más allá de las consideraciones estrictamente estadístico-analíticas, también conviene señalar su potencial contribución metodológica al ámbito específico de la investigación en eficacia escolar, donde la consideración conjunta de varios indicadores de rendimiento representa una estrategia útil en términos de mejora de la validez de constructo (De Maeyer, Rymenans, Van Petegem y Van den Bergh, 2004). Cabe esperar que escuelas que presentan altos resultados en el área de matemáticas los presenten igualmente en otras materias, aunque esto no tiene por qué ser necesariamente así y el análisis de los centros educativos que no se ajustan a este patrón podría ser también de interés. Esta aproximación a la 'eficacia diferencial' puede ser una información relevante en el contexto de una estrategia de identificación de fortalezas y debilidades al nivel de escuela que los estudios convencionales sobre eficacia escolar frecuentemente no consideran. Esto es, si de lo que se trata es de determinar el 'efecto de la escuela', una aproximación menos simplificada y más compleja del producto educativo, que considere conjuntamente diversas variables relevantes de respuesta, puede contribuir a una definición más rica y sólida del constructo 'eficacia escolar'.

Referencias bibliográficas

Aitkin, M. y Longford, N. (1986). Statistical Modelling Issues in School Effectiveness Studies. *Journal of the Royal Statistical Society,* A, 149, 1-43.

Bryk, A. S. y Raudenbush, S. W. (1992). *Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods.* Newbury Park (California): Sage.

Calero, J. y Escardíbul, J. O. (2007). Evaluación de servicios educativos: el rendimiento en los centros públicos y privados medido en pisa 2003. *Hacienda Pública Española. Revista de Economía Pública,* 183 (4), 33-66.

Calero, J., Choi, A. y Waisgrais, S. (2009). Determinantes del rendimiento educativo del alumnado de origen nacional e inmigrante. *Cuadernos Económicos del ice,* 78, 281-311.

— (2010). Determinantes del riesgo de fracaso escolar en España: una aproximación a través de un análisis logístico multinivel aplicado a pisa 2006. *Revista de Educación,* núm. extraordinario, 225-256.

Calero, J., Escardíbul, O., Waisgrais, S. y Mediavilla, M. (2007). *Desigualdades socioeconómicas en el sistema educativo español.* Madrid: Ministerio de Educación.

Calero, J., Escardíbul, O. y Choi, A. (2012). El fracaso escolar en la Europa mediterránea a través de pisa 2009: radiografía de una realidad latente. *Revista Española de Educación Comparada,* 19, 69-104.

Castro, M., Ruiz de Miguel, C. y López Martín, E. (2009). Forma básica del crecimiento en los modelos de valor añadido: vías para la supresión del efecto de regresión. *Revista de Educación,* 348, 111-136.

Cervini, R. (2006). El efecto escuela en la Educación Primaria y Secundaria: El caso de Argentina. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Eduación. reice,* 8 (1), 8-25.

Cervivi, R. y Dari, N. (2009). Género, escuela y logro escolar en matemática y lengua de la educación media. Estudio exploratorio basado en un modelo bivariado. *Revista Mexicana de Investigación Educativa,* 14 (42), 1051-1078.

Cordero, J. M., Crespo, E. y Pedraja, F. (2013). Rendimiento educativo y determinantes según pisa: una revisión de la literatura en España. *Revista de Educación,* 362, 273-297.

Cordero, J. M., Manchón, C. y García, A. (2011). Los resultados educativos españoles en PISA 2009 y sus condicionantes. *Investigaciones de Economía de la Educación,* 6, 70-87.

De Maeyer, S., Rymenans, R., Van Petegem, P. y Van den Bergh, H. (2004). *Multivariate Multilevel Models in School Effectiveness Research.* International Congress for School Effectiveness and Improvement. Róterdam, Holanda. Recuperado de: http://hdl.handle.net/10067/440020151162165141.

Escardíbul, O. (2008). Los determinantes del rendimiento educativo en España. Un análisis a partir de la evaluación de PISA 2006. *Investigaciones de Economía de la Educación,* 3, 153-162.

Gaviria, J. L. y Castro, M. (2004). *Modelos jerárquico-lineales.* Madrid: La Muralla.

Goldstein, H. (1995). *Multilevel Statistical Models.* Londres: Edwards Arnold.

Hox, J. (2002). *Multilevel Analysis. Techniques and Applications.* Mahwah (Nueva Jersey), Londres: Lawrence Earlbaum Associates Publishers.

Kreft I. G. G. y De Leeuw, J. (1994). *Introducing Multilevel Modeling.* Londres: Sage.

López, E., Navarro, E., Ordoñez, X. y Romero, S. J. (2009). Estudio de variables determinantes de eficiencia a través de los modelos jerárquicos lineales en la evaluación PISA 2006: el caso de España. *Archivos Analíticos de Políticas Educativas,* 17, 1-27.

Murillo, F. J. (1999). Los modelos jerárquicos lineales aplicados a la investigación sobre eficacia escolar. *Revista de Investigación Educativa,* 17 (2), 453-460.

— (2004). *Aportaciones de la investigación sobre eficacia escolar. Un estudio multinivel sobre los efectos escolares y los factores de eficacia de los centros docentes de primaria en España.* (Tesis doctoral). Universidad Complutense de Madrid, Madrid.

Murillo, F. J. y Román, M. (2011). ¿La escuela o la cuna? Evidencias sobre su aportación al rendimiento de los estudiantes de América Latina. Estudio multinivel sobre la estimación de los efectos escolares. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado,* 15 (3), 27-50.

OCDE (2009). *PISA 2009 Assessment Framework.* París: OCDE.

— (2012). *PISA 2009. Technical Report.* París: OCDE.

Rasbash, J., Charlton, C., Browne, W. J., Healy, M. y Cameron, B. (2009). *MLwiN Version 2.1.* Bristol (Reino Unido): Centre for Multilevel

Modelling, University of Bristol.

Rendón, S. y Navarro, E. (2007). Estudio sobre el rendimiento en matemáticas en España a partir de los datos del informe PISA 2003. Un modelo jerárquico de dos niveles. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 5 (3), 1-19.

Ruiz de Miguel, C. y Castro Morera, M. (2006). Un estudio multinivel basado en PISA 2003: factores de eficacia escolar en el área de Matemáticas. *Archivos Analíticos de Políticas Educativas,* 14 (29). Recuperado de: http://epaa.asu.edu/epaa/v14n.29

Ruiz de Miguel, C. (2009). Las escuelas eficaces: un estudio multinivel de factores explicativos del rendimiento escolar en el área de matemáticas. *Revista de Educación,* 348, 355-376.

Snijders, T. A. B. y Bosker, R. J. (2011). *Multilevel Analysis. An Introduction to Basic and Advanced Multilevel Modeling* (2.ª ed.), 283. Newbury Park (California): Sage.

Wu, M. y Adams, F. (2002). *Manual de análisis de datos de PISA 2003: usuarios de SPSS.* París: OCDE.

Yang, M., Goldstein, H., Browne, W. y Woodhouse, G. (2002). Multivariate Multilevel Analyses of Examination Results. *Journal of the Royal Statistical Society,* A, 165, 137-153.

Dirección de contacto: Covadonga Ruiz de Miguel. Universidad Complutense de Madrid. Facultad de Educación. Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación. Avenida del Rector Royo Villanova s/n; 28040, Madrid, España. E-mail: covaruiz@ucm.es

Fecha de entrada: 14-06-2013 Fecha de aceptación: 21-03-2014