

ESTUDIO DE PREVALENCIA DE DIFICULTADES DE APRENDIZAJE EN EL CÁLCULO ARITMÉTICO

Prevalence study of learning difficulties in arithmetic computation

ANTONIO CORONADO-HIJÓN
Universidad de Sevilla

DOI: 10.13042/Bordon.2014.66303

Fecha de recepción: 13/03/2014 • Fecha de aceptación: 08/05/2014

Autor de contacto / Corresponding Author: Antonio Coronado-Hijón. Email: acoronado1@us.es

INTRODUCCIÓN. El estudio que aquí presentamos tiene como objetivo fundamental estudiar la prevalencia de las dificultades procedimentales sintácticas que presenta el alumnado de la Educación Primaria en el aprendizaje del cálculo aritmético. Aunque el cálculo aritmético es un componente básico en la resolución de problemas es uno de los aspectos menos estudiados en el campo de las dificultades de aprendizaje. Ya los primeros investigadores en el ámbito de la aritmética se preocuparon principalmente de averiguar lo que Brown y Burton (1978) denominaron “errores sistemáticos” (*bug algorithmic*). Las investigaciones realizadas recientemente destacan la importancia que tiene centrar la atención en los errores que comete el alumnado en este aprendizaje, tanto o más que en los aciertos. **MÉTODO.** El diseño de investigación adoptado es de tipo descriptivo transversal de prevalencia, realizado sobre una muestra de 247 sujetos, seleccionados mediante un muestreo aleatorio por conglomerados de grupos de alumnado de 4º y 6º de Educación Primaria, de diferentes colegios de Sevilla (España), a los que después de realizar una prueba de rendimiento matemático se aplicó una *checklist* o lista de verificación “ad hoc”, con diecinueve indicadores de dificultades en el aprendizaje del cálculo aritmético. **RESULTADOS.** Los resultados del análisis de datos han permitido analizar la prevalencia sobre diecinueve tipos de errores comunes, seleccionados de la literatura científica al respecto, observar la evolución de estos en los últimos cursos de la Educación Primaria y comparar resultados con otros referidos anteriormente en relevantes investigaciones. **DISCUSIÓN.** Consideramos que el análisis de datos sobre la prevalencia actual de los tipos de errores sintácticos procedimentales en el aprendizaje del cálculo aritmético es una ayuda inestimable tanto para los investigadores de estos tipos de “errores sistemáticos” como para los docentes responsables de la enseñanza y evaluación de estos aprendizajes.

Palabras clave: *Cálculo, Dificultad de aprendizaje, Discalculia, control del rendimiento, Análisis estadístico.*

Introducción

Las matemáticas son uno de los conocimientos más antiguos y más valorados en la historia del género humano. Podemos buscar sus orígenes en las primeras civilizaciones. Culturas como la egipcia, griega, china y árabe aportaron importantes conocimientos a esta disciplina y desarrollaron complejos sistemas matemáticos.

Pero, aunque la competencia matemática es una de las más necesarias en nuestra sociedad, las últimas evaluaciones internacionales (Mullis, Martín y Arora, 2012; OECD, 2013) realizadas sobre el grado de aprendizaje alcanzado por el alumnado en esta área muestran niveles preocupantes de fracaso.

Este fracaso, mostrado como dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, puede situarse ante contenidos referidos a la geometría, la probabilidad, la medida, el álgebra o la aritmética. De todos estos, la aritmética es el ámbito curricular donde el alumnado encuentra más problemas, por ser los contenidos iniciales en el aprendizaje de las matemáticas y, por tanto, constituir el basamento para la construcción de los posteriores conocimientos en esta disciplina (Orrantia, 2000; Socas, 2007).

De la revisión de la literatura científica relacionada con las dificultades en el aprendizaje de los procesos algorítmicos, podemos observar dos perspectivas teóricas centradas en los aspectos semánticos y en los sintácticos (Resnick, 1982). Desde la primera línea de investigación (Carpenter, Franke, Jacobs y Fennema, 1996; Fuson, 1992; Resnick, 1982, 1983; Resnick y Omanson, 1987; Sander, 2001; Sander y Richard, 1997), los estudios se han ocupado del sustrato conceptual que los discentes construyen durante el aprendizaje del algoritmo. De otro lado, la aproximación sintáctica ha aportado datos sobre los mecanismos procesales que subyacen en la generación de los errores (Brown y Burton 1978; VanLehn, 1990).

Desde este segundo enfoque el estudio de los trastornos y dificultades en el ámbito concreto de la aritmética, se ha centrado principalmente en averiguar lo que, originariamente, Brown *et al.* (1978) denominaron “errores sistemáticos” (*bug algorithmic*).

Desde esta línea de estudio, alrededor de la década de los ochenta del siglo pasado, surgen dos paradigmas de investigación. El primero, basado en los modelos de sistemas de producción, explica que los errores se deben a que los alumnos olvidan, total o parcialmente, o incluso nunca consiguen aprender el procedimiento algorítmico enseñado en la escuela. Desde este paradigma se propone que el error es producido fundamentalmente por la ausencia de ciertas reglas que concretan unos procedimientos concretos (Young y O’Shea, 1981). Desde la segunda teoría, presentada por Brown y Vanlehn (1980, 1982), se añade que cuando se olvidan o se aprenden mal los procedimientos adecuados, el sujeto implementa algoritmos de remediación o modificación ineficaces (Vanlehn, 1983).

La aproximación más reciente, de corte cognitivo, al estudio de los errores discalculicos desde el modelo del procesamiento de la información, supone que los problemas matemáticos son susceptibles de desfragmentación en varios componentes de un procesamiento interno de carácter cognitivo, ante los cuales se requieren métodos indirectos de observación. De entre esos métodos indirectos, el análisis de los errores de las producciones aritméticas del alumnado se muestra como una herramienta poderosa en la recogida de datos relevantes para su estudio (Rico, 1995).

Desde esta perspectiva cognitiva, datos recientes sobre el tipo de trastornos que muestra el alumnado con dificultades en el aprendizaje del cálculo nos muestran dos tipos de déficits funcionales básicos: déficits procedimentales y déficits en la recuperación de hechos (Aguilar, 2006; Orrantia, 2000).

Los déficits procedimentales tienen que ver con procedimientos aritméticos (estrategias de conteo) evolutivamente inmaduros, frecuentes errores de conteo verbal, así como una ejecución de estrategias lenta. Los déficits en la recuperación de hechos conllevan una representación atípica de hechos aritméticos en la memoria, además de un elevado número de fallos y tiempos de respuesta en la recuperación (Aguilar, 2006).

La utilidad de esta aproximación cognitiva se justifica aún más con el hecho de la existencia constatada de patrones consistentes en los errores, tanto a nivel individual como colectivo. En cuanto a la consistencia individual, ya hemos comentado la originaria observación por los primeros investigadores, de “errores sistemáticos” (*bug algorithmic*) en el alumnado. En cuanto al segundo nivel de análisis comentado, también se ha constatado la consistencia de errores de manera colectiva en alumnado, que se sitúan en distintos estratos de edad y nivel educativo, en especial en la etapa básica o primaria de su aprendizaje de las matemáticas (Rico, 1995; Socas, 1997, 2007).

Quizá por todo ello, los enfoques actuales en la investigación reestructuran la conceptualización del error desde una perspectiva educativa menos restrictiva, en la que el error es considerado como un suceso normal en el proceso de enseñanza y aprendizaje (Socas, 2007, 2011) en el que, incluso en el alumnado con resultados aceptables de aprendizaje, pueden darse errores operacionales que dificulten aprendizajes superiores. Este aspecto no es baladí, ya que el alumnado eficaz en la resolución de operaciones aritméticas básicas puede dedicar recursos de memoria a procesos cognitivos necesarios en la selección e implementación de procedimientos más complejos de resolución de problemas matemáticos (Aguilar y Navarro, 2000; Aguilar, Navarro y Alcalde, 2003).

En cuanto a estudios de prevalencia, son bastantes y relevantes los relativos al porcentaje de sujetos con dificultades de aprendizaje en las

matemáticas, y como ejemplo podemos citar los resultados del Trends in International Mathematics and Science Study 2011 (Mullis *et al.*, 2012) cuyos datos referidos al alumnado español muestran un 13% de sujetos en un nivel por debajo de 400 puntos, considerado ese como el punto de corte para considerar que el aprendizaje de las matemáticas no ha sido eficaz.

El referido estudio considera, además, que desde el sistema educativo se deben realizar estrategias para identificar y atender de manera adecuada al alumnado que presenta dificultades desde edades tempranas y a lo largo de la escolaridad.

Pero, aunque es constatable la actualización y publicación de estudios de prevalencia de alumnado con dificultades de aprendizaje en el cálculo desde asociaciones y organizaciones de reconocido prestigio (Mullis *et al.*, 2012), encontramos pocos estudios que aporten datos sobre la prevalencia de los tipos de dificultades específicas de aprendizaje del cálculo (López y Sánchez, 2006; Orrantía, 2000).

Desde el ámbito aplicado de la enseñanza, también podemos observar que, más a menudo de lo que sería conveniente, en las evaluaciones que realizan los docentes de la competencia matemática de su alumnado es más habitual la identificación de dificultades en la recuperación de hechos matemáticos, que la relativa a los déficits procedimentales. Esta suele quedar relegada e incluso ausente, aunque, como venimos justificando desde el punto de vista de la intervención educativa, resulta fundamental planificar una evaluación procedimental que informe de los errores y problemas concretos de cada sujeto en su aprendizaje aritmético. Esta evaluación más formativa aportará información relevante sobre las necesidades específicas de apoyo educativo del alumnado, prerrequisito necesario para el diseño e implementación de adaptaciones curriculares individuales o de aula (Blanco y Bermejo, 2008; Coronado-Hijón, 2010; Socas, 2007).

El presente estudio de tipo exploratorio descriptivo que, a continuación se expone, tiene como objetivo aportar datos en este campo de investigación, concretamente en lo referente a la prevalencia de las dificultades procedimentales sintácticas que presenta el alumnado a lo largo de la Educación Primaria en el aprendizaje del cálculo aritmético básico.

Método

Participantes

La muestra de estudio estaba constituida por 247 sujetos (51,8% de chicos y 48,2% de chicas) pertenecientes a 6 colegios, seleccionados entre centros públicos y concertados de la provincia de Sevilla, mediante un muestreo aleatorio por conglomerados de 6 grupos de alumnado del estrato de 4º curso de Primaria de edades comprendidas entre los 9 y 10 años ($\bar{X}=113.61$; $s=5.3$), que hacían un total de 126 sujetos (15+17+27+20+24+23) y 5 grupos de alumnado del estrato de 6º curso de Primaria, de edades comprendidas entre los 11 y 12 años ($\bar{X}=137.65$; $s=5.8$), que hacían un total de 121 sujetos (18+27+28+23+25). Como criterios de exclusión de la muestra, el alumnado participante no presentaba deficiencias intelectuales, sensoriales, físicas, psíquicas o motoras.

Instrumentos

- Prueba de cálculo:

Los sujetos realizaron una prueba (anexo I) de rendimiento matemático que recogía algoritmos de las 4 operaciones aritméticas básicas siguiendo un orden de graduación de dificultad de las operaciones, similar al de otras pruebas de cálculo aritmético (Artiles y Jiménez, 2011).

La prueba ha estado compuesta por 80 operaciones. Las 26 primeras son de sumas y las 28

siguientes de restas, diseñadas ambas, con una o más cifras, con o sin llevadas. 14 operaciones con multiplicaciones de una o dos cifras, sin llevadas y con ellas, así como operaciones con la cifra cero. Finalmente 12 divisiones por una y dos cifras en el divisor, y con la cifra cero.

- *Checklist:*

Para llevar a cabo el registro, se aplicó una rejilla de observación a modo de checklist o lista de verificación previamente validada (Coronado-Hijón, 2013). El sistema de registro elegido es el más ampliamente utilizado en educación: el sistema de categorías.

El instrumento presenta diecinueve indicadores de dificultades en el aprendizaje del cálculo aritmético encuadradas en cuatro categorías referidas a las cuatro operaciones aritméticas básicas: la adición o suma (+), la sustracción o resta (-), la multiplicación (*) y la división (/).

La fuente de información utilizada para seleccionar el contenido se ha basado en una revisión de la literatura científica publicada respecto a las dificultades más frecuentes de aprendizaje en el cálculo matemático (DAC), propuestas y especificadas por especialistas en la materia (Brown *et al.*, 1978; Maza, 1995, Miranda, Fortes y Gil, 2000; Orrantía, 2000).

Estos indicadores son:

Respecto a las dificultades en la adición (suma):

- (S1) Contar para hallar la suma.
- (S2) Coloca erróneamente las cantidades.
- (S3) Empiezan las operaciones por la izquierda.
- (S4) Errores en las llevadas.

Respecto a los errores en la sustracción (resta):

- (R1) Resta la cifra mayor de la menor sin tener en cuenta su posición.

- (R2) Coloca erróneamente las cantidades.
- (R3) Empieza las operaciones por la izquierda.
- (R4) Errores en las “llevadas”.
- (R5) Errores con la cifra cero.
- (R6) Confunde y alterna suma y resta en una sola operación.

Respecto a los errores en la multiplicación:

- (M1) Errores en la memorización de las tablas.
- (M2) Errores en las “llevadas”.
- (M3) Errores con la cifra cero.
- (M4) Errores al colocar el primer resultado de la multiplicación por la segunda cifra.
- (M5) Confusión con otra operación.

Respecto a las dificultades en la división:

- (D1) Dificultades al operar con el dividendo.
- (D2) En el divisor le es muy difícil trabajar con más de una cifra.
- (D3) Errores con la cifra cero.
- (D4) Errores al bajar las cifras.

Procedimiento

El diseño de investigación adoptado es de tipo descriptivo transversal de prevalencia en el que se combinan la metodología cualitativa mediante el registro de observaciones realizadas por los evaluadores sobre los errores cometidos en las producciones matemáticas del alumnado, con la metodología cuantitativa relativa al recuento y tratamiento estadístico de los datos, concibiendo así a la observación sistemática como una forma particular de cuantificar la conducta (Anguera, 2010).

Para llevar a cabo la recogida de información se entrenó a 12 evaluadores, presentados voluntariamente, de entre el alumnado del último curso de Pedagogía que se distribuyeron por parejas en cada uno de los centros escolares. Estos

examinadores solicitaron en primer lugar el consentimiento informado a las familias sobre el tipo de estudio y la confidencialidad y anonimato del alumnado participante en el mismo y posteriormente, administraron al alumnado autorizado la aplicación de la misma prueba objetiva y analítica de cálculo de manera colectiva a cada grupo clase y con la colaboración del maestro tutor correspondiente.

La aplicación de esta prueba no tuvo tiempo preestablecido, estando su tiempo medio de ejecución alrededor de una hora.

Como la prueba se administró en el primer trimestre del curso escolar, el alumnado del nivel de cuarto curso de Educación Primaria, no realizó los ejercicios correspondientes a la operación de división, ya que estaban aún en proceso de aprendizaje de este algoritmo. Los cursos de sexto de Educación Primaria sí realizaron las operaciones de las pruebas correspondientes al algoritmo de la división.

Una vez que finalizaron la prueba de cálculo, los docentes corrigieron la prueba y señalaron los algoritmos que estaban bien resueltos y que, por tanto, no precisaban una observación adicional. Después se utilizó la lista de cotejo para detectar los errores y las dificultades de aprendizaje del cálculo que presentaban específicamente los sujetos en las tareas que realizaron incorrectamente. De los totales de frecuencia se obtuvieron los porcentajes de ocurrencia de cada error aritmético.

Mientras que en las operaciones de adición y sustracción solo se observó los errores característicos de estas recogidas en la lista de verificación o *checklist*, en la multiplicación se tuvo en cuenta además los de la adición o suma y en la división, errores típicos de las cuatro operaciones elementales que conforman este algoritmo. De tal manera en la evaluación de las operaciones de matemáticas se utilizaron las *checklist* de adición y multiplicación, y en valoración de las divisiones las

cuatro *checklist* correspondientes a errores de las cuatro operaciones aritméticas básicas.

Resultados

Los resultados de la observación sistematizada de los errores se registraron de manera cuantitativa en cuanto a la ocurrencia observada y luego mediante la aplicación de estadística descriptiva a los datos, se han organizado, resumido y descrito en tablas de distribución de frecuencias absolutas (f_i) y absolutas acumuladas (F_i), relativas (h_i) y relativas acumuladas (H_i), porcentajes (p_i) y porcentajes acumulados (P_i) de los tipos de errores en relación al total de las cuatro operaciones aritméticas.

La tabla 1 presenta los datos respecto a la ocurrencia de errores aritméticos en el estrato de

4° de Educación Primaria. La tabla 2 muestra los datos relativos al nivel de 6° de Primaria. La tabla 3 expone la comparación de ambos para el estudio transversal de los errores de suma, resta y multiplicación.

Debido a que el alumnado del estrato de 4° aún estaba en periodo de aprendizaje de la división, no se han recogido datos relativos a esta operación. Por ello, los datos referentes a la división aparecen tan solo en la distribución de frecuencias del estrato de 6° de Primaria (tabla 2).

Respecto a lo concerniente al estrato de alumnado de 4°, en la tabla 1 podemos observar que los datos más significativos son los referentes a los porcentajes de frecuencia del error de resta relativo a las “llevadas” y los relacionados con la memorización de las

TABLA 1. Distribución de frecuencias de errores de suma, resta y multiplicación en 4° de Primaria

Tipo error	f_i	F_i	h_i	H_i	p_i	P_i
S1	62	62	0,09672387	0,09672387	9,67%	9,67%
S2	12	74	0,01872075	0,11544462	1,87%	11,54%
S3	0	74	0	0,11544462	0,00%	11,54%
S4	38	112	0,05928237	0,17472699	5,93%	17,47%
R1	34	146	0,05304212	0,22776911	5,30%	22,78%
R2	54	200	0,08424337	0,31201248	8,42%	31,20%
R3	10	210	0,01560062	0,3276131	1,56%	32,76%
R4	134	344	0,20904836	0,53666147	20,90%	53,67%
R5	21	365	0,03276131	0,56942278	3,28%	56,94%
R6	41	406	0,06396256	0,63338534	6,40%	63,34%
M1	127	533	0,19812793	0,83151326	19,81%	83,15%
M2	64	597	0,09984399	0,93135725	9,98%	93,14%
M3	10	607	0,01560062	0,94695788	1,56%	94,70%
M4	20	627	0,03120125	0,97815913	3,12%	97,82%
M5	14	641	0,02184087	1	2,18%	100,00%
	641		1		100,00%	

tablas de multiplicar, que se muestran como los errores más frecuentes.

Respecto al estrato de alumnado de 6º, en la tabla 2 podemos observar que los datos más significativos coinciden con los mismos que destacan en 4º, respecto a la frecuencia de dificultades en suma, resta y multiplicación, aunque en el alumnado de 6º (tabla 2), aparece como el error más frecuente el relativo a la memorización de las tablas de multiplicar

seguido de la frecuencia de dificultades en la división al operar con el dividendo y los errores de resta relacionado con las “llevadas”.

En cuanto a la evolución de los datos de 4º a 6º, podemos observar en la tabla 3, una consistencia en la frecuencia de los demás tipos de errores de sustracción y multiplicación, que se muestran transversalmente en el alumnado, de 4º a 6º de Primaria.

TABLA 2. Distribución de frecuencias de errores de suma, resta, multiplicación y división, en 6º de Primaria

Tipo error	f i6	Fi6	hi6	Hi6	pi6	Pi6
S1	10	10	0,01652893	0,01652893	1,65%	1,65%
S2	15	25	0,02479339	0,04132231	2,48%	4,13%
S3	0	25	0	0,04132231	0,00%	4,13%
S4	36	61	0,05950413	0,10082645	5,95%	10,08%
R1	23	84	0,03801653	0,13884298	3,80%	13,88%
R2	27	111	0,0446281	0,18347107	4,46%	18,35%
R3	6	117	0,00991736	0,19338843	0,99%	19,34%
R4	65	182	0,10743802	0,30082645	10,74%	30,08%
R5	20	202	0,03305785	0,3338843	3,31%	33,39%
R6	20	222	0,03305785	0,36694215	3,31%	36,69%
M1	134	356	0,2214876	0,58842975	22,15%	58,84%
M2	34	390	0,05619835	0,6446281	5,62%	64,46%
M3	1	391	0,00165289	0,64628099	0,17%	64,63%
M4	6	397	0,00991736	0,65619835	0,99%	65,62%
M5	15	412	0,02479339	0,68099174	2,48%	68,10%
D1	81	493	0,1338843	0,81487603	13,39%	81,49%
D2	43	536	0,07107438	0,88595041	7,11%	88,60%
D3	53	589	0,08760331	0,97355372	8,76%	97,36%
D4	16	605	0,02644628	1	2,64%	100,00%
	605		1		100,00%	

TABLA 3. Comparativa de distribución de frecuencias de errores de suma, resta y multiplicación en 4° y 6° de Primaria

Tipo error	f _{i4}	f _{i6}	p _{i6}	p _{i4}	P _{i4}	P _{i6}
S1	62	10	2,43%	9,67%	9,67%	2,43%
S2	12	15	3,64%	1,87%	11,54%	6,07%
S3	0	0	0,00%	0,00%	11,54%	6,07%
S4	38	36	8,74%	5,93%	17,47%	14,81%
R1	34	23	5,58%	5,30%	22,78%	20,39%
R2	54	27	6,55%	8,42%	31,20%	26,94%
R3	10	6	1,46%	1,56%	32,76%	28,40%
R4	134	65	15,78%	20,90%	53,67%	44,17%
R5	21	20	4,85%	3,28%	56,94%	49,03%
R6	41	20	4,85%	6,40%	63,34%	53,88%
M1	127	134	32,52%	19,81%	83,15%	86,41%
M2	64	34	8,25%	9,98%	93,14%	94,66%
M3	10	1	0,24%	1,56%	94,70%	94,90%
M4	20	6	1,46%	3,12%	97,82%	96,36%
M5	14	15	3,64%	2,18%	100,00%	100,00%
	641	412	100,00%	100,00%		

TABLA 4. Comparativa de distribución de frecuencias absolutas y porcentajes de cada indicador respecto a su categoría de operación aritmética en alumnado de 4° y de 6° de Primaria

Tipo de error	(hi) ^{4°}	(hi) ^{6°}	(pi) ^{4°}	(pi) ^{6°}
(S1) Contar para hallar la suma	62	10	55'36%	16'39%
(S2) Coloca erróneamente las cantidades	12	15	10'71%	24'59%
(S3) Empiezan las operaciones por la izquierda	0	0	0	0
(S4) Errores en las llevadas	38	36	33'93%	59'02%
TOTAL SUMA	112	61	100%	100%
(R1) Resta la cifra mayor de la menor sin tener en cuenta su posición	34	23	11'56%	14'29%
(R2) Coloca erróneamente las cantidades	54	27	18'37%	16'77%
(R3) Empieza las operaciones por la izquierda	10	6	3'40%	3'73%
(R4) Errores en las "llevadas"	134	65	45'58%	40'37%
(R5) Errores con la cifra cero	21	20	7'14%	12'42%
(R6) Confunde y alterna suma y resta en una sola operación	41	20	13'95%	12'42%

TABLA 4. Comparativa de distribución de frecuencias absolutas y porcentajes de cada indicador respecto a su categoría de operación aritmética en alumnado de 4º y de 6º de Primaria (cont.)

Tipo de error	(hi)4º	(hi)6º	(pi) 4º	(pi)6º
TOTAL RESTA	294	161	100%	100%
(M1) Errores en la memorización de las tablas	127	134	54'04%	70'53%
(M2) Errores en las "llevadas"	64	34	27'23%	17'89%
(M3) Errores con la cifra cero	10	1	4'26%	0'53%
(M4) Errores al colocar el primer resultado de la multiplicación por la segunda cifra	20	6	8'51%	3'16%
(M5) Confusión con otra operación	14	15	5'96%	7'89%
TOTAL MULTIPLICACIÓN	235	190	100%	100%

En la tabla 4 se muestra una comparativa de los porcentajes de frecuencia de cada error, pero ahora, respecto a cada categoría de operaciones (adición, sustracción, multiplicación y división) y al alumnado de los estratos de 4º y 6º de Primaria.

De estos, destaca en lo relativo a la operación de la suma, las dificultades relacionadas con el conteo, en el alumnado del nivel de 4º. En los sujetos escolarizados en el 6º curso, son los errores en las llevadas los que muestran un mayor nivel de frecuencia.

En cuanto a las operaciones de resta, es significativa la consistencia de los porcentajes de los errores observados transversalmente desde el nivel de 4º a 6º. En lo relativo a la multiplicación, el mayor porcentaje de errores está relacionado con la memorización de tablas cuya prevalencia no solo se mantiene en 6º sino que incluso aumenta.

Conclusiones y discusión

Aunque tenemos referencias básicas sobre la prevalencia de los trastornos de aprendizaje en el cálculo desde una perspectiva nosológica, existen muy pocos estudios, especialmente en nuestro país, pero también fuera de nuestras fronteras, relacionados con las frecuencias de

los tipos de errores que pueden darse en el alumnado en general (López y Sánchez, 2006).

En esta dirección, y como hemos indicado, el análisis de los datos de este estudio tiene como objetivo contribuir a la detección e intervención sobre los errores específicos sintáctico procedimentales del cálculo aritmético, mostrando la prevalencia de diecinueve tipos de errores comunes, observando la evolución en los últimos cursos de la Educación Primaria y comparando resultados con otros mostrados en anteriores investigaciones, como estrategia de validez convergente.

En cuanto al análisis general de los datos, es preciso comentar que en el estudio de campo, se ha podido observar el hecho de que en el nivel de 4º curso, aparecen errores más básicos e iniciales del aprendizaje de resolución de los algoritmos, que pueden estar impidiendo que los sujetos puedan avanzar en la operación más allá del error básico.

Una vez que en cursos posteriores, y podemos observarlo en los datos de 6º curso, han corregido esos errores correspondientes a las primeras fases de resolución de la operación aritmética, aparecen en mayor medida errores relacionados con las fases de mayor complejidad del proceso algorítmico, al que en estos niveles escolares más altos tienen acceso un número mayor de alumnado.

Respecto a los datos concretos y en relación a la operación de suma, destaca el hecho de que más de un 50% de los errores sea achacable al conteo en el nivel de 4º, acción que a lo largo de los dos últimos cursos de Educación Primaria va mejorando hasta un 16% en 6º curso.

Estos datos coinciden con los obtenidos por Orrantia (2000), concluyendo entonces, que existe una disminución en la utilización de estas estrategias de conteo, hasta que prácticamente desaparecen en 6º, mejorando por tanto al ritmo del nivel educativo.

Asimismo, parece desprenderse de los datos que al ir disminuyendo los errores relativos al conteo, aparecen y aumentan en un nivel mayor de desarrollo de esta operación, los relativos a los errores de llevada.

El aumento en los errores en la colocación de las cifras de la suma puede deberse a que una vez que acceden a la multiplicación en cursos posteriores, tienen que enfrentarse a un proceso más complejo de la suma, inmersa ahora en el algoritmo de la multiplicación. Cuestión esta que puede observarse de manera significativa también en el incremento de los errores en las llevadas desde 4º hasta el 6º curso, donde representa aproximadamente más de un 50% de los errores en la operación de sumar implícita en algoritmos de multiplicación y división. Este último dato se entiende si observamos que la frecuencia absoluta de errores en esta dificultad aunque es constante de 4º a 6º, adquiere un mayor porcentaje debido a la disminución de la frecuencia de los demás errores de suma en el nivel de 6º.

En cuanto a la operación de la resta, es preciso decir que es la más estudiada y de la que encontramos más datos respecto a los errores frecuentes en su resolución (López y Sánchez, 2006; Orrantia, 2000; VanLehn, 1990).

En los datos obtenidos en nuestro estudio, podemos observar que la frecuencia de los errores se

estanca y es muy similar a lo largo de los últimos cursos de la Educación Primaria. Estos datos han sido constatados anteriormente en otras investigaciones (Brown y Burton, 1978; López y Sánchez, 2006), donde se ha comprobado cómo el porcentaje de aciertos se incrementa por curso para descender a partir de quinto y situarse de nuevo en las mismas frecuencias que en cuarto. Fenómeno que López y Sánchez (2006) han denominado como “decaimiento de la información algorítmica” y su hipótesis explicativa es la influencia de un currículum no competencial y descontextualizado del área de matemáticas.

Por nuestra parte, pensamos al igual que en el caso de la adición, no debemos obviar que al incluirse la sustracción en el algoritmo de la división y tener que repartir los recursos de memoria y atención en las cuatro operaciones básicas implícitas en la división, puede hacer aumentar la probabilidad de errores de sustracción que se observa en los últimos cursos.

También es destacable la coincidencia en los resultados de los errores de olvido de las llevadas en la operación de resta, que al igual que en otros estudios (López y Sánchez, 2006; Orrantia, 2000) se muestra como el error más frecuente en el aprendizaje de esta operación algorítmica.

Respecto a los errores en la multiplicación, aparecen como más frecuentes los relativos a la memorización de las tablas y los relacionados con las llevadas, aunque mientras estos últimos decae su frecuencia en los últimos cursos, los de memorización de tablas aumenta desde 4º a 6ª donde alcanza alrededor de un 70% de los errores en la multiplicación.

Nuestra hipótesis de este fenómeno tiene que ver con que en cuarto curso se tiene más reciente en los recursos de memoria el aprendizaje de las tablas de hechos numéricos referente a esta operación, mientras que a lo largo de los siguientes cursos se puede producir un

decaimiento de la información algorítmica (López y Sánchez, 2006), en la memoria a largo plazo de esas tablas de multiplicar, que, además, puede verse doblemente afectada por un insuficiente uso competencial de estos recursos así como por el excesivo uso de calculadoras electrónicas.

En lo relativo a la división, hay que destacar nuevamente que es una operación aritmética necesitada del conocimiento conceptual y procedimental de las cuatro operaciones aritméticas, por lo que los errores que ocurran en otro tipo de operaciones se verán reflejadas irremediablemente en la división.

Por esa lógica, el error más frecuentemente mostrado por los sujetos en la división aparece en la operatoria del dividendo, escenario procedimental de las cuatro operaciones aritméticas básicas.

Finalmente y en relación a este estudio en general, queda por considerar que debido a que en este estudio preliminar, la muestra se ha localizado en una única provincia, es conveniente ampliar el estudio a otras localizaciones para conseguir mayores garantías de la validez de los datos obtenidos.

Aun así, y debido a que los porcentajes de frecuencia muestran concordancia con datos de investigaciones anteriores, no parece conveniente desdeñar el valor informativo de estos para la orientación y guía del proceso de enseñanza y aprendizaje del cálculo matemático, en cuanto al conocimiento de los errores más comunes, la implementación de adaptaciones de mayor temporalización del proceso educativo de los procedimientos aritméticos que muestran más dificultades en su aprendizaje, así como la invitación a nuevas líneas de investigación sobre

metodologías didácticas que faciliten la superación de esas dificultades.

También parece destacable en estas conclusiones que en el estudio se ha constatado la consistencia de errores en el alumnado de manera colectiva, que se sitúan en distintos estratos de edad y nivel educativo, especialmente en la etapa básica o primaria del aprendizaje de las matemáticas (Rico, 1995; Socas, 1997, 2007).

Asimismo, los indicadores de dificultades seleccionados en este trabajo muestran su validez de contenido a partir de la confirmación del índice de frecuencia encontrado. Este valor los hace instrumentos útiles para la utilización en la detección temprana de alumnado con alto riesgo de presentar un fracaso en el aprendizaje matemático. De este modo, estos indicadores adquieren un valor educativo para orientar la enseñanza específica precisa, facilitando la prevención de errores operacionales, estructuras y procesuales básicos que puedan impedir aprendizajes matemáticos superiores. Es, en esta dirección en la que estos datos pueden contribuir a lo que Rico (1995) indicaba como la previsión de errores para su consideración en el proceso de aprendizaje.

También de cara a la formación del profesorado, nos parece fundamental que el contenido matemático para la enseñanza, incluya contenidos matemáticos relevantes, tanto para la enseñanza como para la evaluación.

Incluir en la formación del profesorado de Educación Primaria (Hernández *et al.*, 2010) contenidos relativos a los tipos de errores discalculicos, su frecuencia y relevancia en el aprendizaje aritmético coadyuvará en una evaluación formativa y en una prevención temprana de posteriores fracasos en el aprendizaje de las matemáticas.

Referencias bibliográficas

- Aguilar, M. (2006). Prevenir las dificultades de aprendizaje de las matemáticas. En J. J., Navarro y M. Aguilar (eds.), *Libro de actas del Simposio Internacional sobre Matemática Temprana* (pp. 12-59). Cádiz: España: Departamento de Psicología de la Universidad de Cádiz, Grupo de Investigación HUM-634.
- Aguilar, M., y Navarro, J. J. (2000). Aplicación de una estrategia de resolución de problemas matemáticos en niños. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 53 (1), 63-83.
- Aguilar, M., Navarro, J. J., y Alcalde, C. (2003). El uso de esquemas figurativos para ayudar a resolver problemas aritméticos. *Cultura y Educación*, 15 (4), 385-397.
- Anguera, M. T. (2010). Posibilidades y relevancia de la observación sistemática por el profesional de la psicología. *Papeles del Psicólogo*, 31 (1), 122-130.
- Artiles, C., y Jiménez, J. E. (2011). *Normativización de instrumentos para la detección e identificación de las necesidades educativas del alumnado con trastornos por déficit de atención con o sin hiperactividad (tdah) o alumnado con dificultades específicas de aprendizaje (dea)*. Las Palmas de Gran Canaria: Consejería de Educación, Universidades, Cultura y Deportes.
- Blanco, M., y Bermejo, V. (2008). ¿Nos permite la evaluación criterial por ciclos la detección precoz de las dificultades de aprendizaje en matemáticas? En J. A. González-Pienda y J. C. Núñez (coords.), *Psicología y Educación: Un lugar de encuentro* (pp. 1943-1948). Oviedo: Ediuono.
- Brown, R., y Burton, R. (1978). Diagnostic models for procedural in basic mathematical skills. *Cognitive Science*, 2, 155-192.
- Carpenter, T., Franke, M., Jacobs, V., y Fennema, E. (1996). Invention and understanding in the development of multidigit addition and subtraction procedures: A longitudinal study. *Annual meeting of the American Research Association*: New York.
- Coronado-Hijón, A. (2010). Evaluación criterial de las dificultades de aprendizaje en el cálculo: un análisis de caso en evaluación inicial en la ESO. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 17 (54), 88-101.
- Coronado-Hijón, A. (2013). Validez y fiabilidad de una rúbrica de análisis para la detección de dificultades de aprendizaje en el cálculo. En J. J. G. Linares, M., D. C. P. Fuentes, M. D. M. M. Jurado y R. P. Codina (coords.), *Investigación en el ámbito escolar: un acercamiento multidimensional a las variables psicológicas y educativas* (pp. 39-44). Granada: Grupo Editorial Universitario (GEU Editorial).
- Fuson, K. (1992). Research on Whole Number Addition and Subtraction. In D.a. Grouws (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 243-275). New York: Maxwell Macmillan International.
- Hernández, J., Muñoz, M., Palarea, M. M., Ruano, R., y Socas, M. M. (2010). La programación por competencias en la clase de Matemáticas. Una actividad profesional básica. En M. T. González, M. M., Palarea y A. Maz (eds.), *Seminario de los grupos de investigación pensamiento numérico y algebraico e historia de la educación matemática* (pp. 26-49). Salamanca: SEIEM.
- López, R., y Sánchez, A. B. (2006). Adquisición del error en la sustracción en educación primaria. En J. J. Navarro y M. Aguilar (eds.), *Libro de actas del Simposio Internacional sobre Matemática Temprana* (pp. 12-59). Cádiz: Departamento de Psicología de la Universidad de Cádiz, Grupo de Investigación HUM-634.
- Maza, C. (1995). *Aritmética y representación. De la comprensión del texto al uso de materiales*. Barcelona: Paidós.
- Miranda, A., Fortes, C., y Gil, M. D. (2000) *Dificultades del aprendizaje de las Matemáticas. Un enfoque evolutivo*. Málaga: Aljibe.

- Mullis, I. V. S., Martín, M. O., Foy, P., y Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 International Results in Mathematics*. Chestnut Hill, MA, USA: TIMSS & PIRLS International Study Center.
- OECD (2013). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I)*. PISA, OECD Publishing.
- Orrantia, J. (2000). Las dificultades en el aprendizaje del cálculo desde el punto de vista cognitivo. *Premios nacionales de investigación e innovación educativa*, 1, 75-102.
- Resnick, L. (1982). Syntax and semantics in learning to subtract. In T. Carpenter, J. Moser y T. Romberg (ed.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective*, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Assoc.
- Resnick, L. (1983). A developmental theory of number understanding'. In H. P. Ginsburg (ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 109-151). New York: Academic Press.
- Resnick, L., y Omanson, S. (1987). Learning to understand arithmetic. In R. Glaser (ed.), *Advances in instructional psychology*, 3 (pp. 41-95). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Kilpatrick, P. Gómez, y L. Rico (eds.), *Educación Matemática* (69-96). Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Sander, E. (2001). Solving arithmetic operations: a semantic approach. In *proceedings of the 23rd Annual Conference of the Cognitive Science Society*. Edinburgh, pp. 915-920
- Sander, E., y Richard, J. (1997). Analogical transfer as guided by an abstraction process: the case of learning by doing text editing. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 23 (6), 1459-1483.
- Socas, M. M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las Matemáticas. Análisis desde el enfoque Lógico Semiótico. *Investigación en Educación Matemática XI*, 19-52.
- Socas, M. M. (2011). Aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas en Educación Primaria. Buenas prácticas. *Educatio Siglo XXI*, 29 (2), 199-224.
- VanLehn, K. (1990). *Mind bugs: origins of procedural misconceptions*. Cambridge, Mass.: MIT Press.
- VanLehn, K., y Brown, J. (1980). Planning nets: A representation for formalizing analogies and semantic models of procedural skills. In R. E. Snow, P. A. Federico y W. E. Montague (eds.), *Aptitude, learning, and instruction* (2), (pp. 95-137). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Young, R., y O'Shea, T. (1981). Errors in children's subtraction. *Cognitive Science*, 5, 153-177.

Anexo I

Suma

1. Resuelve las siguientes sumas.

$5+4 =$

$3+6=$

$2+7=$

$4+3=$

$3+4+2=$

$5+3+2=$

$4+2+3=$

$2+5+3=$

2. Resuelve las siguientes sumas realizando las operaciones en el espacio del recuadro.

$27+2=$

$14+5=$

$53+6=$

$35+2=$

$47+42=$

$75+24=$

$62+16=$

$84+12=$

3. Resuelve las siguientes sumas realizando las operaciones en el espacio del recuadro.

$43+17=$

$54+36=$

$25+65=$

$34+72=$

$609+31=$

$156+44=$

$656+362=$

$365+536=$

$38+427+23=$

$45+154+11=$

Resta

4. Resuelve las siguientes restas realizando las operaciones en el espacio del recuadro.

$43-12=$

$54-33=$

$67-43=$

$87-51=$

5. Resuelve las siguientes restas realizando las operaciones en el espacio del recuadro.

$879-53=$

$436-14=$

$678-45=$

$598-43=$

6. Resuelve las siguientes restas realizando las operaciones en el espacio del recuadro.

$83-16=$

$45-27=$

$64-45=$

$52-33=$

7. Resuelve las siguientes restas realizando las operaciones en el espacio del recuadro.

$135-73=$

$265-82=$

$385-192=$

$615-234=$

8. Resuelve las siguientes restas realizando las operaciones en el espacio del recuadro.

$103-42=$

$6093-3604=$

$405-146=$

$28076-9604=$

Multiplicación

9. Resuelve las siguientes multiplicaciones realizando las operaciones en el espacio del recuadro.

$62 \times 4 =$

$82 \times 3 =$

$54 \times 2 =$

$31 \times 5 =$

$410 \times 68 =$

$342 \times 12 =$

10. Resuelve las siguientes multiplicaciones realizando las operaciones en el espacio del recuadro.

$746 \times 8 =$

$593 \times 3 =$

$482 \times 45 =$

$732 \times 38 =$

11. Resuelve las siguientes multiplicaciones realizando las operaciones en el espacio del recuadro.

$506 \times 3 =$

$402 \times 6 =$

$805 \times 68 =$

$3206 \times 24 =$

División

12. Resuelve las siguientes divisiones realizando las operaciones en el espacio del recuadro.

$24 : 2 =$

$36 : 3 =$

$96 : 4 =$

$184 : 4 =$

13. Resuelve las siguientes divisiones realizando las operaciones en el espacio del recuadro.

$576 : 24 =$

$676 : 26 =$

$169:13=$

$3894:59=$

14. Resuelve las siguientes divisiones realizando las operaciones en el espacio del recuadro.

$801:5=$

$560:74=$

$1024:32=$

$540:570=$

Abstract

Prevalence study of learning difficulties in arithmetic computation

INTRODUCTION. The study reported here has as its fundamental objective the study of the prevalence of syntactic procedural difficulties experienced by students of Primary Education in the learning of the arithmetic. Although arithmetic is a basic component in the resolution of problems, it is one of the least studied aspects in the field of learning disabilities (Orrantia, 2000). Already the first researchers in the field of arithmetic were concerned primarily to find out what Brown and Burton (1978) termed “bug algorithmic”. In more recent research undertaken, they emphasize the importance of focusing on the errors committed by the students in this learning as much or more as on their correct answers (Socas, 2007, 2011). **METHOD.** The research design adopted is a descriptive cross-sectional prevalence, conducted on a sample of 247 subjects, selected through a random cluster sampling of groups of students of 4° and 6° of Primary Education, from different schools in Seville (Spain), who after taking a mathematics achievement test were administered an “ad hoc” checklist with nineteen indicators of difficulties in the learning of the arithmetic. **RESULTS.** The results of the analysis of the data obtained, have made it possible to analyze the prevalence of nineteen types of common errors selected from the scientific literature on this subject, to observe the evolution of these in the last courses of Primary Education and to compare results with others referenced earlier in relevant research. **DISCUSSION.** We believe that the analysis of data on the current prevalence of types of procedural syntax errors in the learning of the arithmetic is an invaluable help

to both researchers of these types of “systematic errors” and teachers responsible for teaching and evaluating this type of learning.

Keywords: *Calculus, Learning difficulty, Acalculia, Achievement control, Statistical analysis.*

Résumé

Étude de prévalence des troubles d'apprentissage en arithmétique

INTRODUCTION. L'objectif de cette étude est de montrer la prévalence des erreurs de procédures de type syntaxique dans l'apprentissage du calcul arithmétique chez les enfants de l'École Primaire. Bien que le calcul arithmétique soit un élément essentiel pour la résolution des problèmes, il est encore un des aspects moins étudiés dans le cadre des difficultés d'apprentissage scolaire. Depuis les premières recherches dans le domaine de l'arithmétique, il y a eu une préoccupation par établir ce que Brown et Burton (1978) ont appelé “erreurs sistematiques” (*bug algorithmic*). Ainsi, les dernières recherches soulignent l'importance de mettre l'attention sur les erreurs que les élèves produisent dans la même façon que sur les réponses correctes. **MÉTHODE.** Il s'agit d'une étude descriptive transversal de prévalence. Il a été réalisé à partir d'un population de 247 enfants, sélectionnés par échantillon aléatoire en grappes d'élèves de 4^{ème} et 6^{ème} années (9/12 ans), étudiant à différentes écoles primaires à Seville (Espagne). Après un test de performance mathématique, on a été appliqué une liste de vérification *ad hoc* comprenant dix-neuf indicateurs de difficultés dans l'apprentissage du calcul arithmétique. **RÉSULTATS.** Les résultats de l'analyse des données ont permis d'analyser la prévalence de dix-neuf types d'erreurs communes sur ceux qui avaient déjà été établis par la littérature scientifique, mais aussi il a possibilité de voir les tendances de son évolution à l'Enseignement Primaire dans les dernières années, ainsi qu'il a permis de comparer les résultats obtenus avec les recueillis dans d'autres recherches. **DISCUSSION.** Notre étude a révélé que la connaissance de la prévalence des erreurs de procédures de type syntaxique dans l'apprentissage du calcul arithmétique est une aide fondamentale pour les chercheurs de ces types d'erreurs “systématiques” ainsi que pour les professeurs chargés de l'enseignement et l'évaluation des mathématiques.

Mots-clés: *Analyse statistique, Calcul, difficultés d'apprentissage, Dyscalculie, Enregistrement de performances.*

Perfil profesional del autor

Antonio Coronado-Hijón

Profesor Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación de la Universidad de Sevilla. Anteriormente ha sido profesor en la Universidad Pablo de Olavide (Sevilla) y Coordinador de Proyectos de Innovación e Investigación Educativa reconocidos y subvencionados por la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía (España). Autor de programas de orientación educativa, comunicaciones en congresos nacionales e internacionales, artículos en revistas indexadas, monografías y capítulos de libros.

Correo electrónico de contacto: acoronado1@us.es

Dirección para la correspondencia: Universidad de Sevilla. Facultad de Ciencias de la Educación. Dpto. Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación. C/ Pirotecnia, s/n. 41013 Sevilla.

